

A törzsszámok természetes sorrendje p -ig

$$p_1, p_2, \dots, p_r, p.$$

Jelölje α_k azon kitevőt, amellyel $p_k^{\alpha_k} < p < p_k^{\alpha_k+1}$.

Az ilyen módon meghatározott α_k kitevőkkel képezzük a

$$P = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots p_r^{\alpha_r}$$

szorzatot. Ekkor lP , ahol $l = 1, 2, 3, \dots$, osztható a p -nél kisebb bármely n számmal, tehát $lP \pm 1$ az n -nel osztva maradékul 1-et, ill. $n - 1$ -et ad.

Ha már most $P = pQ + r$, ahol $0 < r < p$, akkor véges számú próba után¹ megtaláljuk l azon legkisebb pozitív értékét, amellyel már $\frac{pQ}{lr+1}$ ill. $\frac{pQ}{lr-1}$ egész szám; azonban utóbbi lehet zérus is.

Ha l ezen legkisebb értéke λ_1 , ill. λ_2 , akkor $N_1 = \lambda_1 P + 1$ azon legkisebb szám, mely p -vel osztható, de a p -nél kisebb n számmal osztva, a maradék 1, míg $N_2 = \lambda_2 P - 1$ azon legkisebb szám, mely p -vel osztható, de a p -nél kisebb n számmal osztva, a maradék $n - 1$.

Pl. $p = 11$ esetben a p -nél kisebb törzsszámok 2, 3, 5, 7 és

$$P = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 = 2520.$$

Már most $2520 = 229 \cdot 11 + 1$, azaz $r = 1$. Nyilván

$$\lambda_1 = 10 \quad \text{és} \quad \lambda_2 = 1$$

úgy, hogy

$$N_1 = 25201 \quad \text{és} \quad N_2 = 2519.$$

$25201 : 11 = 2291$; bármely 11-nél kisebb számmal osztva N_1 -et, a maradék +1.

$2519 : 11 = 229$; bármely 11-nél kisebb n számmal osztva N_2 -t, a maradék $n - 1$.

Harsányi János (Ág. ev. g. VIII. o. Bp.).

I. Jegyzet. A P szám nem más, mint a p -nél kisebb számok legkisebb közös többszöröse.

II. Jegyzet. Pl. $p = 7$ esetében $P = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$.

Azonban

$$60 = 8 \cdot 7 + 4, \quad \text{azaz} \quad r = 4.$$

Nyilván $2 \cdot 4 - 1 = 7$, azaz $\lambda_2 = 2$ és $N_2 = 2 \cdot 60 - 1 = 119$ azon legkisebb szám, mely 7-tel osztható, de a 7-nél kisebb n számmal osztva, a maradék $n - 1$.

Másrészt $5 \cdot 4 + 1 = 21$ a legkisebb az $lr + 1$ alakú számok sorában mely 7-tel osztható, úgy, hogy $N_1 = 5 \cdot 10 + 1 = 301$ azon legkisebb szám, mely 7-tel osztható, de a 7-nél kisebb n számmal osztva, a maradék 1.

¹A próbák száma $< p$; vagy keresnünk kell az $rx \pm 1 = py$ határozatlan egyenletek legkisebb poz. egész megoldásait (ill. $rx - 1 = py$ esetében $y = 0$ is lehet).