

Egyenletünket

$$2 \cos x \sin 3x = 2 \sin x \cos 3x \quad \text{ill.} \quad \cos 3x (\sin 3x - \cos x) = 0$$

alakban írhatjuk. Már most lehetséges:

$$\text{I. } \cos 3x = 0, \quad \text{azaz} \quad 3x = (2k+1)\frac{\pi}{2} \quad \text{és} \quad x = (2k+1)\frac{\pi}{6}.$$

Azonban $0 < (2k+1)\frac{\pi}{6} < 2\pi$, vagyis $0 < 2k+1 < 12$

úgy, hogy

$$x = \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}, \frac{3\pi}{2}, \frac{11\pi}{6}.$$

Ezek valóban megfelelnek.

$$\text{II. } \sin 3x - \cos x = \sin 3x - \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 2 \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = 0.$$

Már most innen

$$a) \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 0, \quad \text{tehát} \quad x + \frac{\pi}{4} = (2k+1)\frac{\pi}{2} \quad \text{és} \quad x = (2k+1)\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4}.$$

$$0 < x < 2\pi, \quad \text{ha} \quad k = 0 \quad \text{és} \quad k = 1, \quad \text{azaz} \quad x = \frac{\pi}{4} \quad \text{és} \quad \frac{5\pi}{4}.$$

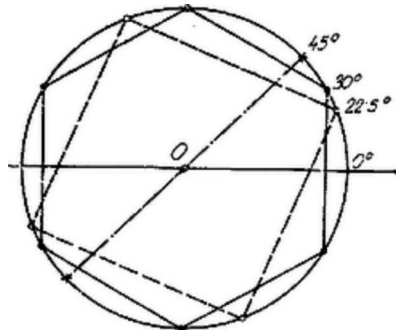
$$b) \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = 0, \quad \text{ha} \quad 2x - \frac{\pi}{4} = k\pi, \quad \text{ill.} \quad x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}.$$

$$0 < x < 2\pi, \quad \text{ha} \quad k = 0, 1, 2, 3 \quad \text{azaz} \quad x = \frac{\pi}{8}, \frac{5\pi}{8}, \frac{9\pi}{8}, \frac{13\pi}{8}.$$

Tésy Gabriella (Szent Margit leányg. VIII. o. Bp. XI.)

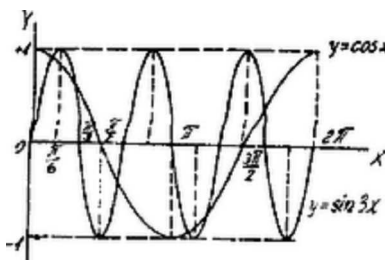
Jegyzet. a) Az egységsugarú kört az X tengelyen fekvő pontjából kiindulva osszuk fel 48 egyenlő részre.

Az I. csoportba tartozó megoldások a $\frac{2\pi}{48}$ nagyságú ívnek 4-, 12-, 20-, 28-, 36-, 44-szeresei. Ezen ívek végpontjai egy szabályos hatszög csúcsai amely a 0° -nak megfelelő kezdőhelyzetből $4 \cdot \frac{2\pi}{48}$ -nak megfelelő 30° -ú ívvel van a pozitív irányban elforgatva. (A hatszög csúcsai pontokkal jelezve)



A II. b) csoporthoz tartozó megoldások a $\frac{2\pi}{48}$ mérőszámú ívnek 3-, 15-, 27-, 39-szeresei. Ezen ívek végpontjai egy négyzet csúcsai, amely 0° -nak megfelelő kezdő helyzetből $3 \cdot \frac{2\pi}{48}$ -nak megfelelő $22,5^\circ$ -kal van a pozitív irányból elforgatva. (A négyzet csúcsai kis körökkel jelezve!)

A II. a) csoporthoz tartozó megoldások egy átmérő végpontjai, a $\frac{2\pi}{48}$ mérőszámú ívnek 6- ill. 30-szorosához tartoznak. (Ezen pontok x jelzéssel bírnak.) Ezen átmérőt tehát a 0° -hoz tartozó átmérőből $6 \cdot \frac{2\pi}{48}$ -nak megfelelő 45° forgással nyerjük.



b) A $\sin 3x - \cos x = 0$ egyenlet megoldásait *grafikus úton megkapjuk, ha ábrázoljuk az*

$$y = \sin 3x \quad \text{és} \quad y = \cos x$$

görbét, 0 és 2π között. A két görbe metszéspontjai, ill. a hozzájuk tartozó abcisszák megadják a $\sin 3x - \cos x = 0$ egyenlet megoldásait; amint látjuk, 6 metszéspontja van a két görbének.