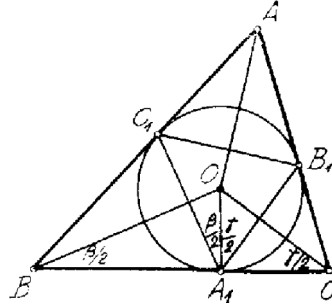


Minthogy $A_1B = C_1B$ és BO felezi a β szöget, $BO \perp A_1C_1$. Hasonlóan CO felezi a γ szöget és $CO \perp A_1B_1$. Így

$$B_1A_1C_1 \sphericalangle = \alpha_1 = \frac{\beta}{2} + \frac{\gamma}{2} = \frac{\pi - \alpha}{2}.$$



Ugyanígy

$$\begin{aligned}\alpha_2 &= \frac{\pi - \alpha_1}{2} = \frac{1}{2} \left(\pi - \frac{\pi - \alpha}{2} \right) = \frac{2\pi - \pi + \alpha}{4} \\ \alpha_3 &= \frac{\pi - \alpha_2}{2} = \frac{4\pi - 2\pi + \pi - \alpha}{8} \\ \alpha_4 &= \frac{\pi - \alpha_3}{2} = \frac{8\pi - 4\pi + 2\pi - \pi + \alpha}{16} \\ \alpha_{2n} &= \frac{(2^{2n-1} - 2^{2n-2} + \dots + 2 - 1)\pi}{2^{2n}} + \frac{\alpha}{2^{2n}} \dots 1) \\ \alpha_{2n+1} &= \frac{(2^{2n} - 2^{2n-1} + \dots + 2^2 - 2 + 1)\pi}{2^{2n+1}} - \frac{\alpha}{2^{2n+1}} \dots 2)\end{aligned}$$

Már most¹

$$\begin{aligned}2^{2n-1} - 2^{2n-2} + \dots + 2 - 1 &= -(1 - 2 + 2^2 - \dots + 2^{2n-2} - 2^{2n-1}) = \\ &= -\frac{(-2)^{2n} - 1}{-2 - 1} = \frac{2^{2n} - 1}{3} \\ 2^{2n} - 2^{2n-1} + \dots + 2^2 - 2 + 1 &= 1 - 2 + 2^2 - \dots - 2^{2n-1} + 2^{2n} = \\ &= \frac{(-2)^{2n+1} - 1}{-2 - 1} = \frac{2^{2n+1} + 1}{3}.\end{aligned}$$

Eszerint $\alpha_{2n} = \frac{(2^{2n} - 1)\pi}{3 \cdot 2^{2n}} + \frac{\alpha}{2^{2n}}$ és $\alpha_{2n+1} = \frac{(2^{2n+1} + 1)\pi}{3 \cdot 2^{2n+1}} + \frac{\alpha}{2^{2n+1}}.$

E két kifejezésnek közös alakot adhatunk úgy, hogy $2n$ ill. $2n + 1$ helyett m -et írunk és ekkor

$$\alpha_m = \frac{2^m - (-1)^m}{3 \cdot 2^m} \pi + \frac{\alpha}{(-2)^m}.$$

Bluszt Ernő (Kossuth Lajos rg. VI. o. Pestszenterzsébet)

Jegyzet. Ha $m \rightarrow \infty$, akkor $\lim \alpha_m = \frac{\pi}{3}$, azaz az $A_1B_1C_1, A_2B_2C_2 \dots A_mB_mC_m$ háromszögek egyenlő oldalú háromszöghöz közelednek.

¹Mértani haladvány, melynek hányadosa -2 , a tagok száma $2n$; a következőben a tagok száma $2n + 1$.