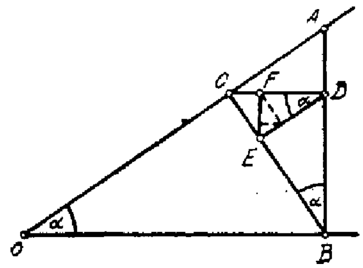

Az AOB, ABC, CDE ... hegyes szögek mind egyenlők egymással, mivel a sorrendben egymást követők megfelelő szárai egymásra merőlegesek; tehát mindegyik $=\alpha$, úgy hogy

$$\begin{aligned}
&OA = a, \quad AB = OA \sin AOB = a \sin\alpha;\\
&BC = AB\cos ABC = a\sin\alpha\cos\alpha,\\
&CD = BC\sin ABC = a\sin^2\alpha\cos\alpha,\\
&DE = CD\cos CDE = a\sin^2\alpha\cos^2\alpha \quad \text{s. í. t.}
\end{aligned}$$

A szóbanforgó törtvonal tehát kétféle mértani sor összege; az egyik összeg

$$S_1 = a + a\sin\alpha\cos\alpha + a\sin^2\cos^2\alpha + \ldots + a\sin^n\alpha\cos^n\alpha + \ldots =$$

$$= a\left[1 + \frac{\sin 2\alpha}{2} + \left(\frac{\sin 2\alpha}{2}\right)^2 + \ldots + \left(\frac{\sin 2\alpha}{2}\right)^n\right] = a\frac{1-\left(\dfrac{\sin 2\alpha}{2}\right)^{n+1}}{1-\dfrac{\sin 2\alpha}{2}}.$$

Ha $n\to\infty$, akkor, mivel $0 < \dfrac{\sin 2\alpha}{2} < 1$,

$$\lim_{n\to\infty} S_1 = \frac{2a}{2-\sin 2\alpha}.$$

A másik összeg

$$S_2 = a\sin\alpha + a\sin^2\alpha\cos\alpha + a\sin^3\alpha\cos^2\alpha + \ldots + a\sin^{n+1}\alpha\cos^n\alpha =$$

$$= a\sin\alpha\left[1 + \frac{\sin 2\alpha}{2} + \left(\frac{\sin 2\alpha}{2}\right)^2 + \ldots + \left(\frac{\sin 2\alpha}{2}\right)^n\right] =$$

$$= a\sin\alpha\frac{1-\left(\dfrac{\sin 2\alpha}{2}\right)^{n+1}}{1-\dfrac{\sin 2\alpha}{2}},$$

és $\lim\limits_{n\to\infty} S_1 = \dfrac{2a\sin\alpha}{1-\sin 2\alpha}$.

Az $OABCDE\,\ldots$ törtvonal hossza, ha a részek száma vég nélkül növekedik

$$S = \lim_{n\to\infty} S_1 + \lim_{n\to\infty} S_2 = \frac{2a(1+\sin\alpha)}{2-\sin 2\alpha}.$$

Esztó Zoltán (Bencés g. VII. o. Sopron).