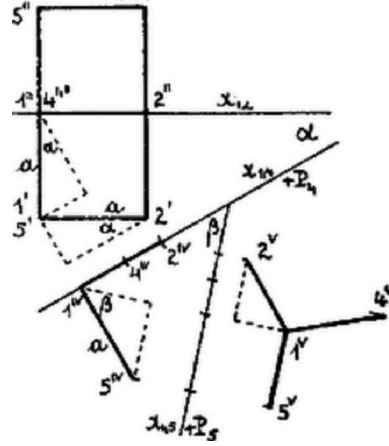


Legyen x_{12} és x_{14} szöge α , x_{14} és x_{45} szöge pedig β . A kocka élhossza a .



Az ábrából látható,

$$(1) \quad \left. \begin{array}{l} \text{hogy } \overline{12}^{\text{IV}} = a \cdot \cos \alpha \\ \text{és } \overline{14}^{\text{IV}} = a \cdot \sin \alpha \\ \text{míg } \overline{15}^{\text{V}} = a \end{array} \right\}$$

Hasonlóképen

$$(2) \quad (\overline{12}^{\text{V}})^2 = (\overline{12}^{\text{IV}} \cos \beta)^2 + (a \cdot \sin \alpha)^2,$$

mivel az 1 és 2 pontok ötödik rendezőinek különbsége a transzformáció szabálya szerint az x_{14} -re vonatkoztatott első rendezők különbségével egyenlő.

$$(3) \quad \left. \begin{array}{l} \text{Továbbá } (\overline{14}^{\text{V}})^2 = (\overline{14}^{\text{IV}} \cdot \cos \beta)^2 + (a \cos \alpha)^2 \\ \text{és } \overline{15}^{\text{V}} = \overline{15}^{\text{IV}} \cdot \sin \beta \end{array} \right\}$$

Az 1), 2) és 3) egyenletekből:

$$\begin{aligned} (\overline{12}^{\text{V}})^2 + (\overline{14}^{\text{V}})^2 + (\overline{15}^{\text{V}})^2 &= a^2 \cos^2 \alpha \cdot \cos^2 \beta + a^2 \sin^2 \alpha + a^2 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \beta + \\ &+ a^2 \cos^2 \alpha + a^2 \sin^2 \beta = a^2 (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) + a^2 \cos^2 \beta (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) + a^2 \sin^2 \beta = \\ &= a^2 + a^2 (\cos^2 \beta + \sin^2 \beta) \\ (\overline{12}^{\text{V}})^2 + (\overline{14}^{\text{V}})^2 + (\overline{15}^{\text{V}})^2 &= 2a^2. \end{aligned}$$

Bizám György (Bolyai g. VII. r. o. Bp. V.)