Ha a CM és CN egyenesek antiparallelek, akkor a következő relációt elégítik ki:

$$OM \cdot ON = OC^2. \qquad 1)$$

Jeleljük OC-t c-vel és OM-et m-mel, ekkor az előbbi összefüggés alapján

$$ON = \frac{c^2}{m}$$

A kör egyenlete az xOy ferdeszögű tengelyrendszerre vonatkoztatva:

$$x^2 + 2xy \ \cos\omega + y^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0$$

hol $\omega = xOy\sphericalangle$.

Minthogy az x tengely a kérdéses kört M és N pontokban metszi, ezek koordinátái $(m, \ 0)$ és $\left(\frac{c^2}{m}, \ 0\right)$ kielégítik a kör egyenletét, vagyis az

$$x^2 + 2Dx + F = 0$$

egyenlet gyökei m és $\frac{c^2}{m}$; tehát

$$2D = -(m + \frac{c^2}{m}\Big), \quad F = c^2$$

Hasonlóképpen az

$$y^2 + 2Ey + c^2 = 0$$

egyenlet egyik gyöke c, miből rögtön következik, hogy a második is c és ennélfogva

$$2E = -2c;$$

a keresett kör egyenlete tehát

$$x^2 + 2xy \ \cos\omega + y^2 - \left(m + \frac{c^2}{m}\right)x - 2cy + c^2 = 0 \qquad 2)$$

Ezen egyenlet oly kört ábrázol, mely az y tengelyt C pontban érinti, a mi különben az 1) alatti reláczió folyománya.

Ha OA-t a-val, OB-t b-vel jeleljük, az

$$AM = -BN$$

feltétel a következő alakot nyeri:

$$m - a = b - \frac{c^2}{m}$$

vagy

$$m + \frac{c^2}{m} = a + b$$

A feladat tehát arra redukálódik: Szerkesszünk két egyenest m-et és n-et, melyeknek összege $a + b$ és mértani középarányosa c. A megoldás csak akkor lehetséges, ha

$$(a + b)^2 - 4c^2 \geqq 0.$$

A szerkesztés külömben a következő. Az $a+b$ egyenes mnt átmérő felett félkört alakítok és ezt átvágom egy az $a+b$-vel párhuzamos és tőle c távolságra fekvő egyenessel. A metszéspontok bármelyikéből merőlegest húzva az $a+b$-re, ennek talppontja azt m és n részekre osztja.

A 2) alatti kör egyenlete akkor a következő alakot nyeri:

$$x^2 + 2xy \ \cos\omega + y^2 - (a + b)x - 2cy + c^2 = 0.$$