Legyen N a keresett szám és N' a megfordított szám; legyen továbbá $N=p^2$. Minden négyzet csak 0, 1, 4, 5, 6 vagy 9-re végződvén, kell, hogy az N szám első számjegye is ezen számok egyike legyen, külömben az N' nem lehetne teljes négyzet.

Minthogy

$$N=a10^5+b10^4+c10^3+d10^2+e10+f$$

és

$$N'=f10^5+e10^4+d10^3+c10^2+b10+a,$$

$$N+N'=(a+f)10^5+(b+e)10^4+(c+d)10^3+$$

$$+(d+c)10^2+(e+b)10+f+a$$

De ezen számnál a *páros* helyeken álló számjegyek összege egyenlő a *páratlan* helyeken álló számjegyek összegével, azaz

$$(a+f)+(c+d)+(e+b)=(b+e)+d+c)+(f+a)$$

vagyis $N+N'=k\cdot 11$.

Két teljes négyzet összege azonban csak akkor osztható 11-gyel, ha mindegyik külön-külön osztható 11-gyel és így

$$N=m\cdot 11$$

és

$$p=n\cdot 11$$

Minthogy pedig N hatjegyű szám

$$10^5<N<10^6,$$

$$316<p<1000.$$

Másrészt minthogy N vagy 1, vagy 4, vagy 5, vagy 6, vagy 9-czel kezdődik, N csak a következő határok közt fekhetik:

$$100000\,\acute{e}s\,200000$$

$$400000\,\acute{e}s\,700000$$

$$900000\,\acute{e}s\,1000000.$$

$$316<p<448$$

vagy

$$632<p<837$$

vagy végre

$$918<p<1000.$$

Látjuk tehát, hogy p oly többszöröse a 11-nek, mely a fönntebbi határok közt fekszik.

Hogy a további keresést megkönnyítsük, jegyezzük meg, miszerint ha N első számjegye 5, N' utolsó számjegye szintén 5; és minthogy minden 5-re végződő teljes négyzetben a tízes helyen álló számjegy 2, az N második számjegye ez esetben szintén 2 és így

$$520000<N<530000$$

vagy

$$721<p<729$$

Minthogy ezen határok között egyedül 726 többszöröse a 11-nek és ennek négyzete nem felel meg a feladatnak, kimondhatjuk, hogy N nem foglaltatik 500000 és 600000 között és p nem fordulhat elő 708 és 774 között és nem is végződhetik 5-tel. Jegyezzük meg továbbá, hogy ha valamely teljes négyzet utolsó számjegye 1, 4 vagy 9, a tízes helyen álló számjegy páros és ha az utolsó számjegy 6 az utolsó-előtti páratlan. Ha tehát N első számjegye 1, 4 vagy 9, a második páros, míg ha az első 6 a második páratlan.

Ugyanis 1, 4 és 9-czel a következő alakú számok négyzetei végződnek:

$$10q+1,\quad 10q\pm 2,\quad 10q\pm 3$$

és ezek

$$100q^2+10\cdot 2q+1,\quad 100q^2\ pm10\cdot 4q4,\quad 100q^2\pm 10\cdot 6q+9$$

míg 6-tal a következő alakú számok végződnek

$$10q\pm 4$$

melyek négyzete

$$100^2 \pm 10 \cdot 8q + 16 = 100q^2 + 10(\pm 8q + 1) + 6,$$

a mivel fentebbi állításaink igazolvák.

Mindezek után csak a következő 11-gyel osztható számok jöhetnek tekintetbe:

$$319, \quad 330, \quad 352, \quad 407, \quad 429, \quad 638, \quad 649, \quad 682, \quad 693, \quad 836, \quad 990,$$

melyek közül

$$330, \quad 836 \quad \text{és} \quad 990$$

elégítik ki a feladatot. Ezek négyzetei ugyanis

$$108900, \quad 698896, \quad 980100$$

és ezek megfordítva szintén teljes négyzeteket szolgáltatnak.