

Ha x a háromszög középső oldalának mérőszáma és y a számtani haladvány *külömbisége*, az oldalak, illetőleg a terület rendre a következők:

$$x - y, x, x + y, x + 2y.$$

A terület kifejezve az oldalak által a következő:

$$\sqrt{\frac{3x^2(x+2y)(x-2y)}{16}}$$

és a feltevés értelmében

$$x + 2y = \sqrt{\frac{3x^2(x+2y)(x-2y)}{16}}$$

vagy

$$(x + 2y)^2 = \frac{3x^2(x+2y)(x-2y)}{16}$$

Mint hogy $x + 2y > 0$, mert $x > 0$ és $y > 0$, az utóbbi egyenlet mindkét oldala osztható $x + 2y$ -nal. Lesz tehát az utóbbi:

$$x + 2y = \frac{3x^2(x-2y)}{16}$$

miből

$$y = \frac{3x^3 - 16x}{2(3x^2 + 16)} \quad 1)$$

Hogy y egész szám lehessen, kell, hogy tört alakjában a számláló páros legyen, mert a nevező is páros. De a számláló csak úgy lehet páros, ha maga az x is páros. Írhatjuk tehát, hogy

$$x = 2z.$$

Ezen értéket az 1)-be helyettesítve, nyerjük a következő egyenletet:

$$y = \frac{3z^3 - 4z}{3z^2 + 4} \quad 2)$$

vagy

$$y = z - \frac{8z}{3z^2 + 4} \quad 3)$$

Mint hogy y -nak pozitívnak kell lennie, nyerjük a 2)-ből miszerint:

$$3z^3 - 4z > 0$$

vagy

$$3z^2 - 4z > 0$$

s így

$$z > 1$$

Hogy y egész szám lehessen kell, hogy $\frac{8z}{3z^2 + 4}$ egész szám legyen, mi akkor lehetséges, ha

$$8z \geq 3z^2 + 4$$

vagy

$$z(8 - 3z) \geq 4$$

De ugyanekkor

$$3z < 8$$

vagyis

$$z < 3 \quad 5)$$

A 4) és 5) feltételt egyidejűleg azonban csak a $z = 2$ egyenlet elégíti ki. Ebből következik, hogy:

$$x = 4$$

$$y = 1$$

és a keresett háromszög oldalai és területe rendre:

$$3, \quad 4, \quad 5, \quad 6.$$