

Legyen a magasság m , a szögfelező AD , továbbá $BD = q$, $DC = p$, $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$. Ekkor tehát $a = p + q$. A háromszög kettős területe pedig

$$am = bc,$$

miből

$$m = \frac{bc}{a}.$$

Mínt hogy AD szögfelező, azért

$$\frac{b}{p} = \frac{c}{q},$$

vagy

$$(1) \quad \frac{b^2}{p^2} = \frac{c^2}{q^2}$$

s még

$$\frac{b^2}{c^2} = \frac{p^2}{q^2}$$

az egyenlet mindkét oldalához 1-et adva:

$$\frac{b^2 + c^2}{c^2} = \frac{p^2 + q^2}{q^2}$$

vagy

$$(2) \quad \frac{b^2 + c^2}{p^2 + q^2} = \frac{c^2}{q^2}$$

(1)-et tekintetbe véve:

$$\frac{b^2}{p^2} = \frac{c^2}{q^2} = \frac{a^2}{p^2 + q^2} = \frac{(p + q)^2}{p^2 + q^2},$$

miből

$$b = \frac{p(p + q)}{\sqrt{p^2 + q^2}}, \quad c = \frac{q(p + q)}{\sqrt{p^2 + q^2}}.$$

s így

$$m = \frac{pq(p + q)^2}{(p^2 + q^2)(p + q)} = \frac{pq(p + q)}{p^2 + q^2}.$$

A feladatot megoldották: Deutsch I., Haar A., Ligeti P., Riesz M.