

Első megoldás. Ha a tárgytávolságot t -vel, a képtávolságot k -val jelöljük, akkor mint ismeretes

$$\frac{1}{t} + \frac{1}{k} = \frac{1}{f}, \quad \text{ahonnan} \quad t + k = \frac{tk}{f}.$$

Feladatunk abból áll, hogy meghatározzuk a $t + k = y$ összeg minimális értékét:

$$y = \frac{1}{f} : \left(\frac{1}{t} \cdot \frac{1}{k} \right).$$

Ámde

$$\frac{1}{t} + \frac{1}{k} = \frac{1}{f} = \text{állandó},$$

tehát $\frac{1}{t} \cdot \frac{1}{k}$, akkor a lehető legnagyobb is így y akkor a lehető legkisebb, ha az összeadandók egyenlők, vagyis

$$\frac{1}{t} = \frac{1}{k}, \quad \text{ahonnan} \quad t = k = 2f.$$

A tárgynak a képétől való távolsága tehát akkor a lehető legkisebb, ha a lencsétől egyenlő távolságra vannak.

Második megoldás. $\frac{1}{t} + \frac{1}{k} = \frac{1}{f}$, $y = t + k$.

Az első egyenletből k -t kiszámítva és a második egyenletbe helyettesítve

$$y = \frac{t^2}{t - f}.$$

Kiszámíthatjuk y -nak t szerint vett első és második differenciálhányadosát

$$y' = \frac{t^2 - 2tf}{(t - f)^2}, \quad y'' = \frac{2f^2}{(t - f)^3},$$

$y' = 0$, ha $t^2 - 2tf = 0$ és így $t = 2f$. Ebben az esetben

$$y'' = \frac{2f^2}{f^3} = \frac{2}{f} > 0, \quad \text{tehát} \quad y_{\min} = \frac{4f^2}{f} = 4f.$$

Ha $t = 2f$, akkor az első egyenletből $k = 2f$ és így

$$t = k.$$

(Horvát Miklós, Budapest.)