

*Első megoldás.* Feltételünk szerint

$$\begin{aligned}ax_1^2 + bx_1 + c + \lambda(a_1x_1^2 + b_1x_1 + c_1) &= 0 \\ax_2^2 + bx_2 + c + \lambda(a_1x_2^2 + b_1x_2 + c_1) &= 0\end{aligned}$$

tehát

$$\lambda = -\frac{ax_1^2 + bx_1 + c}{a_1x_1^2 + b_1x_1 + c_1} = -\frac{ax_2^2 + bx_2 + c}{a_1x_2^2 + b_1x_2 + c_1},$$

ahonnan

$$(ax_1^2 + bx_1 + c)(a_1x_2^2 + b_1x_2 + c_1) = (a_1x_1^2 + b_1x_1 + c_1)(ax_2^2 + bx_2 + c).$$

Hajtsuk végre mindkét oldalon a szorzást, akkor összevonás után ezt kapjuk

$$\begin{aligned}ab_1x_1^2x_2 - a_1bx_1^2x_2 + ac_1x_1^2 - a_1cx_1^2 + a_1bx_1x_2^2 - ab_1x_1x_2^2 + bc_1x_1 - b_1cx_1 + \\+ a_1cx_2^2 - ac_1x_2^2 + b_1cx_2 - bc_1x_2 = 0.\end{aligned}$$

Ebből ismét

$$\begin{aligned}x_1^2x_2(ab_1 - a_1b) - x_1x_2^2(ab_1 - a_1b) + x_1^2(ac_1 - a_1c) - x_2^2(ac_1 - a_1c) + \\+ x_1(bc_1 - b_1c) - x_2(bc_1 - b_1c) = 0,\end{aligned}$$

vagyis

$$(x_1 - x_2)x_1x_2(ab_1 - a_1b) + (x_1x_2)(x_1 - x_2)(ac_1 - a_1c) + (x_1 + x_2)(bc_1 - b_1c) = 0.$$

Osszunk  $(x_1 - x_2)$ -vel, akkor

$$x_1x_2(ab_1 - a_1b) - (x_1 + x_2)(a_1c - bc_1) + bc_1 - b_1c = 0.$$

*Második megoldás.* Az adott egyenlet így is írható

$$x^2(a + \lambda a_1) + x(b + \lambda b_1) + c + \lambda c_1 = 0,$$

tehát

$$x_1 + x_2 = -\frac{b + \lambda b_1}{a + \lambda a_1}, \quad x_1x_2 = +\frac{c + \lambda c_1}{a + \lambda a_1}.$$

E két utóbbi egyenletből  $\lambda$ -t kiszámítva

$$\lambda = -\frac{a(x_1 + x_2) + b}{a_1(x_1 + x_2) + b_1} = \frac{c - ax_1x_2}{a_1x_1x_2 - c_1},$$

vagyis

$$-(a_1x_1x_2 - c_1)[a(x_1 + x_2) + b] = (c - ax_1x_2)[a_1(x_1 + x_2) + b_1].$$

A szorzást végrehajtva és rendezve:

$$x_1x_2(ab_1 - a_1b) - (x_1 + x_2)(a_1c - ac_1) + bc_1 - b_1c = 0.$$

(Weszely Hermann, Arad.)