Első megoldás: A feladat így is fogalmazható: Mutassuk ki, hogy a minden valós értékére

$$3(1+a^2+a^4)-(1+a+a^2)^3 \geqq 0$$

vagy a műveleteket végrehajtva:

$$2a^4-2a^3-2a+2 \geqq 0.$$

Ezen egyenlőtlenség baloldalát y-nal jelölve

$$y=2a^3(a-1)-2(a-1)=2(a-1)(a^3-1)$$

vagy még

$$y=2(a-1)^2(a^2+a+1).$$

Ámde

$$(a-1)^2 \geqq 0,$$

$$a^2+a+1>0, \quad 2>0,$$

tehát csakugyan

$$y \geqq 0.$$

(Czurda Imre.)

Második megoldás: Kiindulunk a következőből

$$2(a-1)^2 \geqq 0,$$

vagyis

$$2(a^2-2a+1) \geqq 0.$$

Adjunk az egyenlőtlenség mindkét oldalához $(1+a+a^2)$-ot, akkor

$$3(a^2-a+1) \geqq (a^2+a+1).$$

Szorozzuk mindkét oldalt az (a^2+a+1) kifejezéssel, amely okvetlenül pozitív, akkor

$$3(a^2-a-1)(a^2+a+1) \geqq (a^2+a+1)^2$$

ahonnan

$$3(a^4+a^2+1) \geqq (a^2+a+1)^2.$$

(Goldstein Ödön, Budapest.)