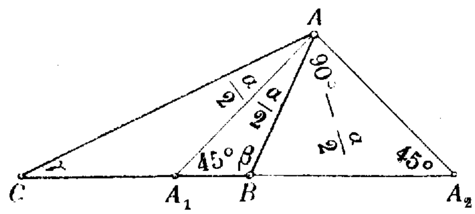
Jelöljük az α szög belső, illetőleg külső szögfelező egyeneseinek a BC oldallal való metszéspontjait A_1 illetőleg A_2-vel, akkor az A_1AA_2 egyenlő szárú derékszögű háromszögben

$$AA_1A_2\sphericalangle = AA_2A_1\sphericalangle = 45^\circ,$$

tehát

(1) $$\gamma\sphericalangle = AA_1A_2\sphericalangle - A_1AC\sphericalangle = 45^\circ - \frac{\alpha}{2},$$

(2) $$\beta\sphericalangle = AA_2B\sphericalangle + A_2AB\sphericalangle = 45^\circ + \left(90^\circ - \frac{\alpha}{2}\right) = 135^\circ - \frac{\alpha}{2}.$$



Az ABC háromszög területe

$$t = \frac{1}{2}bc\sin\alpha = bc\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2} = bc\sin^2\frac{\alpha}{2}\cdot\frac{\cos\frac{\alpha}{2}}{\sin\frac{\alpha}{2}} =$$

$$= bc\sin^2\frac{\alpha}{2}\cdot\operatorname{ctg}\frac{\alpha}{2}$$

és mivel

$$\operatorname{ctg}\frac{\alpha}{2} = \operatorname{ctg}\left(90^\circ - \frac{\beta+\gamma}{2}\right) = \operatorname{tg}\frac{\beta+\gamma}{2},$$

továbbá (1)-ből és (2)-ből

$$\operatorname{tg}\frac{\beta-\gamma}{2} = \operatorname{tg}45^\circ = 1,$$

azért

$$t = bc\sin^2\frac{\alpha}{2}\cdot\operatorname{tg}\frac{\beta+\gamma}{2}\cdot\operatorname{tg}\frac{\beta-\gamma}{2}.$$

(Spitzer Ernő, Budapest.)