Első megoldás. A megadott egyenletrendszer így is írható:

$$ab(cx-ab)+bc(ay-bc)+ca(bz-ca)=0$$

$$cx-ab+ay-bc+bz-ca=0$$

$$c(cx-ab)+a(ay-bc)+b(bz-ca)=0.$$

Legyen már most

$$cx-ab=s, \qquad ay-bc=u, \qquad bz-ca=v,$$

akkor

$$abs+bcu+cav=0$$

$$s+u+v=0$$

$$cs+au+bv=0,$$

miből $s=0,\ u=0,\ v=0$, s így

$$x=\frac{ab}{c}, \qquad y=\frac{bc}{a}, \qquad z=\frac{ca}{b}.$$

(Bayer Nándor, Losonc.)

Második megoldás.[1] Az egyenletrendszer determinánsa:

$$D=\begin{vmatrix}1 & 1 & 1\\ c & a & b\\ c^2 & a^2 & b^2\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}0 & 0 & 1\\ c-b & a-b & b\\ c^2-b^2 & a^2-b^2 & b^2\end{vmatrix}=(a-b)(a-c)(c-b).$$

Továbbá

$$D_1=\begin{vmatrix}\frac{ab}{c}+\frac{bc}{a}+\frac{ca}{b} & 1 & 1\\ ab+bc+ca & a & b\\ abc+abc+abc & a^2 & b^2\end{vmatrix}=$$

$$=\frac{1}{abc}\begin{vmatrix}a^2b^2\cdot 1+b^2c^2\cdot 1+c^2b^2\cdot 1 & 1 & 1\\ a^2b^2\cdot c+b^2c^2\cdot a+c^2a^2\cdot b & a & b\\ a^2b^2\cdot c^2+b^2c^2\cdot a^2+c^2a^2\cdot b^2 & a^2 & b^2\end{vmatrix}=$$

$$\frac{ab}{c}=\begin{vmatrix}1 & 1 & 1\\ c & a & b\\ c^2 & a^2 & b^2\end{vmatrix}=\frac{ab}{c}(a-b)(a-c)(c-b)=\frac{ab}{c}D.$$

Hasonlóképen

$$D_2=\frac{bc}{a}D \qquad \text{és} \qquad D_3=\frac{ca}{b}D.$$

Ennélfogva

$$x=\frac{D_1}{D}=\frac{ab}{c}, \qquad y=\frac{D_2}{D}=\frac{bc}{a}, \qquad \text{és} \qquad z=\frac{D_3}{D}=\frac{ca}{b}.$$

(Sárközy Pál, Pannonhalma.)

[1] L.K.M.L.IX.175. *Antal M.: A determinánsokról.*