

I. megoldás. A gúla D csúcsából rajzoljuk meg az $AD_1 = m$ magasságot, ezután bocsássunk az alap $b = 6$ és $c = 7$ oldalaira merőlegeseket, melyek a közös A csúcstól számítva az $AE = x_1$ és $AF = x_2$ darabokat vágják le. Minthogy

$$49 - (6 - x_1)^2 = 25 - x_1^2 \quad \text{és} \quad 36 - (7 - x_2)^2 = 25 - x_2^2,$$

azért

$$x_1 = 1 \text{ cm} \quad \text{és} \quad x_2 = \frac{19}{7} \text{ cm}.$$

Ha $D_1E = y_1$ $D_1F = y_2$ és $AD_1 = n$,
akkor

$$(1) \quad x_1^2 + y_1^2 = x_2^2 + y_2^2 = n^2.$$

A Carnot-tétellel a $BAC \sphericalangle = \alpha$ szög cosinusát kiszámítva ered

$$\cos \alpha = \frac{5}{7}.$$

Vagy ha

$$\cos \alpha = \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 - \sin \alpha_1 \sin \alpha_2,$$

akkor

$$(2) \quad \frac{5}{7} = \frac{x_1 x_2 - y_1 y_2}{n^2}.$$

Az (1) és (2) egyenletből ered

$$y_1^2 = \frac{49}{6}, \quad y_2^2 = \frac{529}{294}, \quad n^2 = \frac{55}{6}.$$

Így tehát

$$\overline{DD_1}^2 = m^2 = 5^2 - n^2,$$

miből

$$m = \sqrt{\frac{95}{6}}$$

és

$$V = \frac{bc \sin \alpha}{2} \cdot \frac{m}{3} = \frac{6 \cdot 7 \cdot \frac{2}{7} \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{\frac{95}{6}}}{2 \cdot 3} = 2\sqrt{95} = 19,4936 \text{ cm}^3.$$

(Kiss Ernő, Budapest.)

II. megoldás. Ha a gúla élei a , b , c és az egyes háromszögek szögei, α , β , γ , akkor a gúla köbtartalma: (*Ábel, Térmértan, IV. kiadás 124.*)

$$V = \frac{abc}{3} \sqrt{\sin \sigma \sin(\sigma - \alpha) \sin(\sigma - \beta) \sin(\sigma - \gamma)},$$

vagy

$$V = \frac{abc}{3} \sqrt{\cos \alpha \cos \beta \cos \gamma}.$$

Az értékeket helyettesítve, ismét ered

$$V = 19,4936 \text{ cm}^3.$$

(Ehrenfeld Nándor, Nyitra.)