

Emeljük XY -ra az AA_1 és BB_1 merőlegeseket. Az így keletkezett ACA_1 és BCB_1 háromszögek egybevágók, következésképp $AA_1 = BB_1$.

Az XY körül forgó AP és PB egyenesek $\pi AA_1 \cdot AP$ és $\pi BB_1 \cdot BP$ területű palástokat írnak le, melyeknek hányadosa:

$$\frac{AP}{BP} = m.$$

Legyen $CP = x$, akkor

$$\overline{AP}^2 = (x + A_1C)^2 + a^2 - \overline{CA_1}^2$$

$$\overline{BP}^2 = (x - B_1C)^2 + a^2 - \overline{B_1C}^2$$

s minthogy

$$A_1C = B_1C = \frac{a}{2},$$

azért

$$\frac{\overline{AP}^2}{\overline{BP}^2} = \frac{a^2 + x^2 + ax}{a^2 + x^2 - ax} = m^2,$$

vagy

$$(m^2 - 1)x^2 - a(m^2 + 1)x + a^2(m^2 - 1) = 0.$$

Hogy a feladat lehetséges legyen, szükséges és elégséges, hogy x értéke valós legyen, azaz:

$$a^2(m^2 + 1)^2 - 4a^2(m^2 - 1)^2 \geq 0,$$

vagy kifejtve

$$(3m^2 - 1)(3 - m^2) \geq 0;$$

az egyenlőtlenség fennáll, ha

$$\frac{1}{3} \leq m^2 \leq 3,$$

vagy

$$\frac{\sqrt{3}}{3} \leq m \leq \sqrt{3}.$$

(Sárközy Pál, Pannonhalmi.)