1°. Ismeretes, hogy *(Math. Gyakorlókönyv,* II. 508. *feladat)*

$$16R^2 = (r_1 + r_2 + r_3 - r)^2 \tag{1}$$

és hogy (u. o. 67. lap)

$$r = \frac{t}{s},\ r_1 = \frac{t}{s_1},\ r_2 = \frac{t}{s_2},\ r_3 = \frac{t}{s_3}, \tag{2}$$

hol

$$s = \frac{a+b+c}{2},\ s_1 = s - a,\ s_2 = s - b,\ s_3 = s - c.$$

Ha (1)-ben a négyzetre emelést elvégezzük és (2)-ből az értékeket helyettesítjük, ered:

$$16R^2 = r^2 + r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 + \frac{2t}{s_1}\left(\frac{t}{s_2} + \frac{t}{s_3} - \frac{t}{s}\right) + \frac{2t}{s_2}\left(\frac{t}{s_2} - \frac{t}{s}\right) -$$

$$-2 \cdot \frac{t}{s} \cdot \frac{t}{s_3} = r^2 + r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 + \frac{2t^2}{ss_1s_2s_3}[s(s_1 + s_2 + s_3) - s_3(s_2 + s_1) - s_1s_2].$$

De a zárójelben álló kifejezés annyi mint

$$\frac{a^2 + b^2 + c^2}{2}$$

és *(Math. Gyakorlókönyv,* II. 508. *feladat)*

$$t^2 = ss_1s_2s_3$$

s így

$$a^2 + b^2 + c^2 + r^2 + r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 = 16R^2.$$

2°.

$$\frac{1}{r^2} + \frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} + \frac{1}{r_3^2} =$$

$$= \frac{(a+b+c)^2}{4t^2} + \frac{(b+c-a)^2}{4t^2} + \frac{(a+c-b)^2}{4t^2} + \frac{(a+b-c)^2}{4t^2} =$$

$$= \frac{4(a^2 + b^2 + c^2)}{4t^2} = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{t^2}.$$

(Kürth Richárd, Nyitra.)