

(1) Tegyük fel, hogy $(A^2 + B^2)$ -nek és $(A + B)$ -nek van közös törzsosztója; akkor e közös törzsosztó egyszersmind $(A^2 + B^2) - (A^2 + B^2) = 2AB$ -nek is osztója; de $2AB$ -nek egyik osztója 2, mely szám $(A^2 + B^2)$ - és $(A + B)$ -nek abban az esetben osztója, ha A és B páratlan szám. $2AB$ szorzat más törzsosztója vagy A -nak vagy pedig B -nek is osztója, pl. A -nak.

De A -nak és $(A + B)$ -nek közös osztója B -nek is osztója, ami a feltétel alapján nem lehetséges s így $(A^2 + B^2)$ -nek és $(A + B)$ -nek 1 és 2-ön kívül más közös osztója nincs.

(2) Ha $(A^2 + B^2)$ -nek és $(A^2 - AB + B^2)$ -nek van közös törzsosztója, akkor e közös törzsosztó egyúttal $(A^2 + B^2) - (A^2 - AB + B^2) = AB$ kifejezésnek is osztója. De az $(A^2 + B^2)$ és AB közös törzsosztója egyúttal az AB szorzat egyik tényezőjének is osztója, pl. A -nak. De A -nak és $(A^2 + B^2)$ -nek közös törzsosztója B^2 -nek, tehát B -nek is osztója; ami pedig a feltétellel ellentétes, vagyis $(A^2 + B^2)$ és $(A^2 - AB + B^2)$ kifejezéseknek 1-en kívül más közös osztója nem lehet.

(1)- és (2)-ből következik, hogy $(A^2 + B^2)$ és $(A + B)(A^2 - AB + B^2) = (A^3 + B^3)$ számoknak legnagyobb közös osztója 1 vagy 2.

(Ehrenfeld Nándor, Nyitra.)