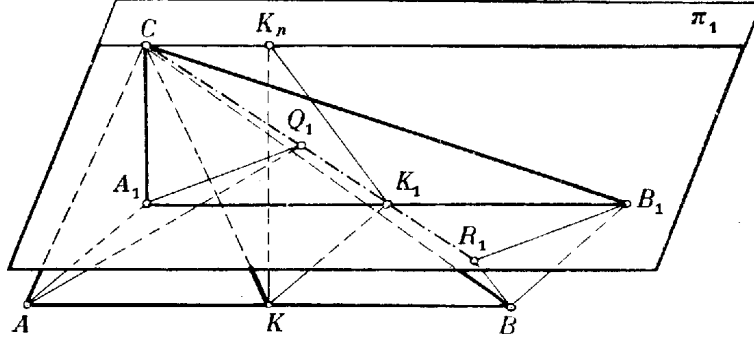


Jelöljük A , B , C -vel a háromszög csúcsait; K -val az AB oldal középpontját és k_n -nel a C csúcson át az AB -vel párhuzamosan haladó egyenest.



A keresett mértani hely mindenestre egy kúpfelület, melynek csúcsa C . Tegyük a C -n át egy AB -vel párhuzamos π_1 síkot, akkor ez átmegy a k_n egyenesen. Vetítsük e síkra az A , B és K pontokat és jelöljük e vetületeket rendre A_1 , B_1 és K_1 -gyel. Az ABC síkban a CK súlyvonal egyenlő távolságban van az A és B pontoktól, a π_1 síkban pedig a CK_1 egyenesnek van ilyen tulajdonsága. Hogy ezt kimutassuk, rajzoljunk az A_1 és B_1 pontokból merőlegeseket a CK_1 -re és jelöljük a talppontokat Q_1 , illetőleg R_1 -gyel. Mivel A_1Q_1 az AQ_1 -nek és B_1R_1 a BR_1 -nek a π_1 síkra eső vetülete, azért az AQ_1 és BR_1 egyenesek is merőlegesek a CK_1 -re.

Már most

$$AA_1Q_1\Delta \cong BB_1R_1\Delta,$$

mert

$$AA_1 = BB_1$$

$$A_1Q_1 = B_1R_1,$$

mert CK_1 a CA_1B_1 háromszög súlyvonala és végül

$$AA_1Q_1\angle = BB_1R_1\angle = 90^\circ.$$

Tehát csakugyan

$$AQ_1 = BR_1.$$

Ugyanígy megrajzolhatjuk a C ponton átmenő AB -vel párhuzamos π_2 , π_3 , ... síkokon is a K_2 , K_3 , ... pontokat és kimutatható, hogy a CK_2 , CK_3 , ... egyenesek mindegyike egyenlő távolra fekszik az A és B csúcsoktól.

Jelöljük a π síkok közt az ABC síkra merőlegest π_n -nel, a mely az ABC síkot éppen k_n -ben metszi. A k_n párhuzamos lévén AB -vel, egyenlő távolságban van az A és B pontoktól. K -ból a k_n -re rajzolt merőleges talppontját jelöljük K_n -nel, akkor K_iK_n a π_i síkban van és mivel KK_i merőleges π_i -re, tehát merőleges a talppontján átmenő összes egyenesekre és így K_iK_n -re is. Tehát

$$KK_iK_n\angle = 90^\circ.$$

A K , K_1 , K_2 , ..., K_i , ..., K_n pontok mértani helye tehát a KK_n , mint átmérő fölé rajzolt kör.

A keresett egyenesek mértani helye tehát az a kúppalást, melynek csúcsa C , s melynek a KK_n , mint átmérő fölé rajzolt kör egyik körmetszete.

(Hajdu Pál, Budapest.)