

Első megoldás. Legyen CD az AB oldalhoz tartozó középvonal, továbbá $ACD\measuredangle = \gamma_1$, $DCB\measuredangle = \gamma_2$. Ekkor

$$k_3 : \frac{c}{2} = \sin \alpha : \sin \gamma_1$$

és

$$k_3 : \frac{c}{2} = \sin \beta : \sin \gamma_2,$$

mely egyenletekből:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{\sin \gamma_1}{\sin \gamma_2},$$

s így

$$\frac{\sin \alpha + \sin \beta}{\sin \alpha - \sin \beta} = \frac{\sin \gamma_1 + \sin \gamma_2}{\sin \gamma_1 - \sin \gamma_2},$$

vagy

$$\frac{\operatorname{tg} \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\gamma_1 - \gamma_2}{2}} = \frac{\operatorname{tg} \frac{\alpha + \beta}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\alpha - \beta}{2}},$$

tehát

$$\operatorname{tg} \frac{\gamma_1 - \gamma_2}{2} = \frac{\operatorname{tg} \frac{\alpha - \beta}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\alpha + \beta}{2}} \cdot \operatorname{tg} \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{2},$$

vagy végre

$$\operatorname{tg} \frac{\gamma_1 - \gamma_2}{2} = \frac{\operatorname{tg} \frac{\alpha - \beta}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\alpha + \beta}{2}} \cdot \operatorname{ctg} \frac{\alpha + \beta}{2}.$$

Eme egyenletből kiszámítjuk $\gamma_1 - \gamma_2$ -et; de $\gamma_1 + \gamma_2$ ismeretes, ennél fogva γ_1 és γ_2 meghatározható. Az ADC és BDC háromszögekből egy-egy oldal és két-két szög ismeretes lévén, a hiányzó alkatrészek kiszámíthatók.

(Schulhof Elza, Budapest.)

Második megoldás. Ha $CDB\measuredangle = \epsilon$, akkor

$$a^2 = \frac{c^2}{4} + k_3^2 + ck_3 \cos \epsilon$$

és

$$b^2 = \frac{c^2}{4} + k_3^2 - ck_3 \cos \epsilon,$$

mely egyenletekből

$$2a^2 + 2b^2 - c^2 = 4k_3^2.$$

De

$$a = \frac{c \sin \alpha}{\sin \gamma}, \quad b = \frac{c \sin \beta}{\sin \gamma},$$

s így

$$c^2 = \frac{4k_3^2 \sin^2 \gamma}{2 \sin^2 \alpha + 2 \sin^2 \beta - \sin^2 \gamma}.$$

(Bayer Nándor, Losonc.)