

Legyen a trapéz alapja AB , a vele párhuzamos oldal CD és $CD = a$. Ekkor $AB = 2m + a$ és $AC = m\sqrt{2}$.

1° A trapéz CD körül forog. A keletkező test fölületét egy henger palástja és két kúp palástja alkotja; tehát

$$F_1 = 2m\pi(2m + a) + 2m^2\pi\sqrt{2} = 2m\pi[a + (2 + \sqrt{2})m].$$

A köbtartalmat úgy kapjuk meg, ha egy henger köbtartalmából két kúp köbtartalmát levonjuk; azaz

$$K_1 = m^2\pi(2m + a) - 2 \cdot \frac{\pi}{3}m^3 = m^2\pi\left(a + \frac{4m}{3}\right).$$

2° A trapéz AB körül forog. A forgási test fölületét egy henger palástja és két kúp palástja alkotja; tehát

$$F_2 = 2m\pi a + 2m^2\pi\sqrt{2} = 2m\pi(a + m\sqrt{2}).$$

A köbtartalmat úgy kapjuk meg, ha egy henger köbtartalmához két kúp köbtartalmát adjuk; azaz

$$K_2 = m^2\pi a + 2 \cdot \frac{\pi}{3}m^3 = m^2\pi\left(a + \frac{2m}{3}\right).$$

3° A forgás BD körül történik. Legyen az AC és BD oldalak metszési pontja E , továbbá $AE = R$ és $CE = r$. A forgási test fölülete össze van téve két kúpnek a palástjából és egy körgyűrű területéből. Tehát

$$\begin{aligned} F_3 &= R\pi(a + 2m) + r\pi a + R^2\pi - r^2\pi = \\ &= \pi[R(a + 2m) + ra + R^2\pi - r^2] \end{aligned}$$

hol

$$R = \frac{1}{2}(a + 2m)\sqrt{2} \quad \text{és} \quad r = \frac{a}{2}\sqrt{2}.$$

Ennélfogva

$$F_3 = 2m\pi[(m + a)(1 + \sqrt{2})] + a^2\pi\sqrt{2}.$$

A köbtartalom pedig két kúp köbtartalmának különbségével egyenlő; azaz

$$K_3 = \frac{\pi}{3}(R^3 - r^3) = \frac{m\pi\sqrt{2}}{6}(4m^2 + 6ma + 3a^2).$$

(Jánosy Gyula, Budapest.)