$$4\mathrm{ctg}\phi=\mathrm{ctg}\frac{\gamma}{2}\left[\mathrm{ctg}\frac{\alpha}{2}\mathrm{ctg}\frac{\beta}{2}+\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}\mathrm{tg}\frac{\beta}{2}\right]+$$
$$+\mathrm{tg}\frac{\gamma}{2}\left[\mathrm{ctg}\frac{\alpha}{2}\mathrm{tg}\frac{\beta}{2}+\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}\mathrm{ctg}\frac{\beta}{2}\right]=$$
$$=\mathrm{ctg}\frac{\gamma}{2}\left[\frac{\cos^2\frac{\alpha}{2}\cos^2\frac{\beta}{2}+\sin^2\frac{\alpha}{2}\sin^2\frac{\beta}{2}}{\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}\cos\frac{\beta}{2}}\right]+$$
$$+\mathrm{tg}\frac{\gamma}{2}\left[\frac{\cos^2\frac{\alpha}{2}\sin^2\frac{\beta}{2}+\sin^2\frac{\alpha}{2}\cos^2\frac{\beta}{2}}{\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}\cos\frac{\beta}{2}}\right],$$

vagy

$$\mathrm{ctg}\phi=\frac{\mathrm{ctg}\frac{\gamma}{2}\left[\cos^2\left(\frac{\alpha}{2}+\frac{\beta}{2}\right)+2\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}\cos\frac{\beta}{2}\right]}{\sin\alpha\sin\beta}+$$
$$+\frac{\mathrm{tg}\frac{\gamma}{2}\left[\sin^2\left(\frac{\alpha}{2}+\frac{\beta}{2}\right)-2\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}\cos\frac{\beta}{2}\right]}{\sin\alpha\sin\beta}$$
$$=\frac{\mathrm{ctg}\frac{\gamma}{2}\sin^2\frac{\gamma}{2}+\mathrm{tg}\frac{\gamma}{2}\cos^2\frac{\gamma}{2}}{\sin\alpha\sin\beta}+$$
$$+\frac{2\sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}\cos\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2}\left(\mathrm{ctg}\frac{\gamma}{2}-\mathrm{tg}\frac{\gamma}{2}\right)}{\sin\alpha\sin\beta}=$$
$$=\frac{\sin\gamma}{\sin\alpha\sin\beta}+\frac{\mathrm{ctg}\frac{\gamma}{2}-\mathrm{tg}\frac{\gamma}{2}}{2}.$$

De

$$\frac{\mathrm{ctg}\frac{\gamma}{2}-\mathrm{tg}\frac{\gamma}{2}}{2}=\frac{1-\mathrm{tg}^2\frac{\gamma}{2}}{2\mathrm{tg}\frac{\gamma}{2}}=\mathrm{ctg}\gamma,$$

tehát

$$\mathrm{ctg}\phi=\frac{\sin\gamma}{\sin\alpha\sin\beta}+\mathrm{ctg}\gamma=\frac{\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta}{\sin\alpha\sin\beta}+\mathrm{ctg}\gamma=$$
$$=\mathrm{ctg}\alpha+\mathrm{ctg}\beta+\mathrm{ctg}\gamma,$$

vagyis

$$4(\mathrm{ctg}\alpha+\mathrm{ctg}\beta+\mathrm{ctg}\gamma)=\mathrm{ctg}\frac{\alpha}{2}\mathrm{ctg}\frac{\beta}{2}\mathrm{ctg}\frac{\gamma}{2}+\mathrm{ctg}\frac{\alpha}{2}\mathrm{tg}\frac{\beta}{2}\mathrm{tg}\frac{\gamma}{2}+$$
$$+\mathrm{ctg}\frac{\beta}{2}\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}\mathrm{tg}\frac{\gamma}{2}+\mathrm{ctg}\frac{\gamma}{2}\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}\mathrm{tg}\frac{\beta}{2}.$$

(Székely József, Budapest.)