

Legyen

$$(1) \quad x^2 - 3xy + 2y^2 + x - y = 13p$$

és

$$(2) \quad x^2 - 2xy + y^2 - 5x + 7y = 13p'$$

(1) így is írható:

$$(x - y)(x - 2y + 1) = 13p.$$

E kifejezés akkor osztható 13-mal, ha vagy $(x - y)$, vagy $(x - 2y + 1)$ osztható 13-mal. Lássuk e két esetet külön-külön.

1° Legyen

$$x - y = 13q$$

vagy

$$x = 13q + y.$$

x -nek eme értékét (2)-be téve:

$$x^2 - 2xy + y^2 - 5x + 7y = (x - y)^2 - 5x + 7y = 13p',$$

vagy, minthogy $(x - y)$ osztható 13-mal:

$$7y - 5x = 13q'$$

s így

$$7y - 5(13q + y) = 13q'$$

miből

$$y = 13q''$$

és így

$$x = 13q + 13q''.$$

Minthogy x és y osztható 13-mal, ennél fogva a harmadik kifejezés minden tagja, s így ez egész kifejezés is osztható 13-mal.

2° Legyen

$$x - 2y + 1 = 13r,$$

vagy

$$(3) \quad x = 13r + 2y - 1.$$

x -nek eme értékét (2)-be téve, ered 3

$$(4) \quad y^2 = 5y - 6 + 13r'$$

(1)-et (2)-ből kivonva:

$$(5) \quad xy - y^2 - 6x + 8y = 13r''.$$

Végre szorozzuk meg a (3) kifejezés minden tagját 6-tal, akkor ered:

$$(6) \quad 12y - 6 + 13r''' = 6x.$$

Ha a (4), (5) és (6) egyenlőséget összeadjuk, akkor lesz:

$$xy - 12x + 15y = 13s$$

s így látjuk, hogy a harmadik kifejezés ismét osztható 13-mal.

(Haar Alfréd, Budapest.)