1°. Ismeretes, hogy

$$a = -(x_1 + x_2 + x_3), \tag{1}$$

$$b = x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1, \tag{2}$$

$$c = -x_1x_2x_3. \tag{3}$$

(1)-ből

$$x_2 = -(x_1 + x_3) - a = -2x_2 - a,$$

s így

$$x_2 = -\frac{a}{3}. \tag{4}$$

(2)-ből

$$x_2(x_1 + x_3) + x_3x_1 = b,$$

s így

$$-\frac{a}{3} \cdot -\frac{2a}{3} + \frac{3c}{a} = b,$$

vagy

$$2a^3 + 27c - 9ab = 0. \tag{5}$$

Az egyenlet gyökei:

$$x_1 = -\frac{a}{3} + \sqrt{\frac{1}{3}a^2 - b}, \qquad x_2 = -\frac{a}{3}, \qquad x_3 = -\frac{a}{3} - \sqrt{\frac{1}{3}a^2 - b}.$$

2°. (3)-ból $x_2^3 = -c$, s így $x_2 = -\sqrt[3]{c}$.
(1)-ből és (2)-ből

$$x_1 + x_3 = -a - x_2,$$

$$x_2(x_1 + x_3) + x_3x_1 = b,$$

vagy

$$-x_2(a + x_2) + x_2^2 = b,$$

$$-ax_2 = b,$$

s így

$$a^3c = b^3. \tag{6}$$

Az egyenlet gyökei:

$$x_1 = \frac{1}{2a}(b - a^2 + \sqrt{(b-a^2)^2 - 4b^2}), \qquad x_2 = -\frac{b}{a},$$

$$x_3 = \frac{1}{2a}(b - a^2 - \sqrt{(b-a^2)^2 - 4b^2}).$$

3°.

$$a = -\left(x_2 + \frac{2x_1x_3}{x_2}\right),$$

$$b = x_2 \cdot \frac{2x_1x_3}{x_2} + x_3x_1 = 3x_1x_3,$$

$$c = -\frac{bx_2}{3}.$$

Eme egyenletekből

$$a = -\frac{3c}{b} - \frac{2b^2}{9c},$$

vagy

$$9abc - 27c^2 - 2b^3 = 0. \tag{7}$$

Az egyenlet gyökei:

$$x_1 = \frac{3c-ab}{2b} + \sqrt{\left(\frac{3c-ab}{2b}\right)^2 - \frac{b}{3}}, \qquad x_2 = -\frac{3c}{b},$$

$$x_1 = \frac{3c-ab}{2b} - \sqrt{\left(\frac{3c-ab}{2b}\right)^2 - \frac{b}{3}}.$$

(Krampera, Gyula, Debreczen.)

A feladatot még megoldották: Blum J., Brámer A., Csada I., Dömény I., Fekete M., Fodor H., Földes R., Haar A., Harsányi Z., Heimlich P., Jánosy Gy., Kirchknopf E., Kiss J., Messer P., Rosenberg J., Ruvald S., Sonnenberg J.