

A p egymásra következő egész szám négyzetének összege:

$$\begin{aligned} S &= (a+1)^2 + (a+2)^2 + \dots + (a+p)^2 = \\ &= pa^2 + 2a(1+2+\dots+p) + 1^2 + 2^2 + \dots + p^2 = \\ &= pa^2 + ap(1+p) + \frac{p(p+1)(2p+1)}{6}. \end{aligned}$$

Mínt hogy e kifejezés mindegyik tagja osztható p -vel, azért annak szükséges és elégséges feltétele, hogy $\frac{S}{p}$ egész szám legyen, az, hogy $\frac{(p+1)(2p+1)}{6}$ egész szám legyen. Keressük tehát p -nek ama alakját, mely mellett $(p+1)(2p+1)$ osztható 6-tal, vagyis 2-vel és 3-mal.

Két eset lehetséges. Mínt hogy $2p+1$ nem osztható 2-vel, azért a $(p+1)(2p+1)$ szorzat akkor osztható hattal, ha 1° . $p+1 = 2m$ és $(2p+1) = 3l$ alakú.

Ha az első egyenlet háromszorosát kivonjuk a második egyenlet kétszereséből, ered

$$p = 6(l - m) + 1 = 6u + 1.$$

2° . A $(p+1)(2p+1)$ szorzat még akkor is osztható 6-tal, ha $(p+1)$ osztható 6-tal, ha tehát

$$\frac{p+1}{6} = u, \text{ vagy } p = 6u - 1 \text{ alakú.}$$

S tehát akkor osztható 6-tal, ha $p = 6u \pm 1$ alakú.

(Csada Imre, Pápa.)

A feladatot még megoldották: Bánó L., Dömény I., Erdős V., Fekete M., Fodor H., Földes R., Fuchs I., Haar A., Heimlich P., Jánosy Gy., Kiss J., Krampera Gy., Messer P., Pám M., Paunz A., Rosenberg J., Ruvald S., Sárközy P., Schuster Gy., Schwarz Gy., Matematikai kör, Bpest, V. ker. főgymn.