

Minthogy

$$A^3 - B^3 = (A - B)(A^2 + AB + B^2)$$

és

$$A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)$$

azért a két megadott kifejezésnek $A - B$ közös osztója; hogy ez egyúttal a legnagyobb közös osztó legyen, szükséges és elégséges, hogy az $A^2 + AB + B^2$ és $A + B$ kifejezéseknek közös osztójuk ne legyen.

Tegyük fel, hogy $A + B$ és $A^2 + AB + B^2$ kifejezéseknek van közös törzsosztójuk, akkor e közös törzsosztó egyúttal $(A + B)^2$ -nek is osztója, továbbá osztója az

$$(A + B)^2 - (A^2 + AB + B^2) = AB$$

külömbségnek is. Az $A + B$ és AB kifejezések közös törzsosztója az AB szorzat egyik tényezőjének is osztója, pl. A -nak. De A -nak és $A + B$ -nek közös osztója egyúttal B -nek is osztója, ami a feltétellel ellentétes, így $A^2 + AB + B^2$ és $A + B$ kifejezéseknek közös osztójuk nem lehet.

(Sonnenfeld József, Budapest.)

Megoldások száma: 35.