

A két görbe által valamely pontjukban képezett szög alatt, a kérdéses metszéspontban rajzolt érintők képezte szöget értjük.

*Első megoldás:* Az adott egyenletből folyik, hogy a parabola fókusa ( $F$ ) összeesik a kör középpontjával és a kör sugara  $2p$ -vel egyenlő. A parabola tengelye messe a directrixet  $M$ -ben, a két görbe egyik metszéspontja legyen  $P$ , melynek vetülete a parabola tengelyére  $R$ , akkor az előbb mondottak szerint

$$MR = FP = 2p$$

és így

$$FR = MR - p = p = \frac{FP}{2},$$

tehát  $FP$  a tengellyel  $60^\circ$ -ú szöget zár be. De viszont a parabola érintője fél akkora szöget képez a megfelelő vezetősugárral, mint a tengely, tehát a parabolához a  $P$  pontban húzott érintő és az  $FP$  egyenes közötti szög  $30^\circ$ .

Végül a körnek  $P$ -ben rajzolt érintője az  $FP$ -vel  $90^\circ$ -ú szöget zár be, tehát a keresett szög

$$\varphi = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ.$$

(Riesz Marcell, Győr.)

*Második megoldás:* Ha a metszéspont koordinátái  $\xi$  és  $\eta$ , akkor

$$(1) \quad \eta^2 = 2p\xi$$

$$(2) \quad \left(\xi - \frac{p}{2}\right)^2 + \eta^2 = 4p^2.$$

Tegyük  $\eta^2$  értékét (1)-ből (2)-be, akkor

$$\left(\xi + \frac{p}{2}\right)^2 = 4p^2$$

és így

$$\xi_1 = \frac{3p}{2} \quad \text{és} \quad \xi_2 = \frac{-5p}{2},$$

tehát

$$\eta_1 = \pm p\sqrt{3} \quad \text{és} \quad \eta_2 = \pm p\sqrt{-5}.$$

Mint látható, csak két valós metszéspontunk van  $\left(\frac{3p}{2}, p\sqrt{3}\right)$  és  $\left(\frac{3p}{2}, -p\sqrt{3}\right)$ , melyek az  $x$  tengelyhez képest szimmetrikus fekvésűek és mivel a görbék is szimmetrikusak az  $x$  tengelyhez képest, tehát elégséges, ha az egyik metszéspontban vizsgáljuk az érintők képezte szöget. A parabola  $(\xi, \eta)$  pontjában vont érintő egyenlete

$$(3) \quad y\eta = p(x + \xi)$$

a kör  $(\xi, \eta)$  pontjához tartozó érintő egyenlete pedig

$$(4) \quad \left(x - \frac{p}{2}\right)\left(\xi - \frac{p}{2}\right) + y\eta = r^2$$

A mi esetünkben  $r = 2p$  és pl.  $\xi = \frac{3p}{2}$ ,  $\eta = p\sqrt{3}$ , tehát (3)-ból

$$(5) \quad y = \frac{x}{\sqrt{3}} + \frac{3p}{2\sqrt{3}}$$

és (4)-ből

$$(6) \quad y = -\frac{x}{\sqrt{3}} = \frac{9p}{2\sqrt{3}}.$$

Az egyik érintő iránytényezője (5)-ből  $k_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}$ .

A másik (6)-ból  $k_2 = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ , tehát az érintők által bezárt szög tangense:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{k_1 - k_2}{1 + k_1k_2} = \sqrt{3},$$

tehát

$$\varphi = 60^\circ.$$

(Pichler Sándor, Budapest.)

*A feladatot még megoldották:* Bartók I., Braun I., Enyedi B., Haar A., Kertész G., Liebner A., Neidenbach E., Riesz K.