

Ha az ellipszis fókuszai F_1 és F_2 és az ezen pontokban a nagy tengelyre állított merőlegesek az ellipszist a C_1, D_1 , illetőleg a C_2, D_2 pontokban metszik, akkor $C_1D_1 = C_2D_2 = 2p$ darabot nevezünk parameternek. A parameterek végpontjai tehát C_1, C_2, D_1, D_2 . Tegyük fel, hogy a C_1, C_2, D_1, D_2 pontokban rajzolt érintők egymást a P, Q, R, S pontokban metszik, akkor, mivel az ellipszisnek középponti egyenlete van adva; az ellipszis pontjai és érintői szimmetrikus helyzetűek a tengelyekre nézve, vagyis P és R az ordináta tengelyre, Q és S az abszcissa tengelyre esnek és ha O a koordináták középpontja:

$$POQ\Delta \cong QOR\Delta \cong ROS\Delta \cong SOP\Delta,$$

s így:

$$PQRS = 4 \cdot POQ = 4 \cdot \frac{PO \cdot QO}{2} = 2 \cdot PO \cdot QO.$$

Fel kell tehát állítani a C_1 pontban vonható érintő egyenletét. A C_1 abszcissája:

$$\xi = c = \sqrt{a^2 - b^2} = \text{excentricitás}$$

és ordinátája; ha az ellipszis egyenlete

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

az

$$\frac{a^2 - b^2}{a^2} + \frac{\eta^2}{b^2} = 1$$

egyenletből adódik ki. Megjegyezzük, hogy mind ξ -t, mind pedig η -t pozitívnak vesszük, mert C_1 az első negyedben van, tehát:

$$\eta = \frac{b^2}{a}.$$

Mivel a C_1 -ben vonható érintő egyenlete:

$$\frac{x\xi}{a^2} + \frac{y\eta}{b^2} = 1,$$

tehát és ξ és η értékeit betéve:

$$\frac{x\sqrt{a^2 - b^2}}{a^2} + \frac{y}{a} = 1,$$

vagy

$$\frac{\frac{x}{\sqrt{a^2 - b^2}}}{\frac{a^2}{\sqrt{a^2 - b^2}}} + \frac{y}{a} = 1$$

és így

$$PO = \frac{a^2}{\sqrt{a^2 - b^2}}$$

$$QO = a,$$

vagyis

$$PQRS = \frac{2a^3}{\sqrt{a^2 - b^2}}.$$

A mi esetünkben

$$a = 5, \quad b = 3,$$

tehát

$$PQRS = 62,5$$

területegység.

(Harsányi Zoltán, Eger.)

A feladatot még megoldották: Bartók I., Braun J., Dömény E., Dömény I., Enyedi B., Haar A., Kiss J., Kürti I., Liebner A., Pivnyik I., Pichler S., Riesz K., Rássy P., Rosenberg J., Riesz M., Szombathy J., Szücs A.