

Ha az ABC háromszög oldalainak középpontjait rendre A_1 , B_1 , C_1 -gyel, és a súlyvonalak hosszát s_1 , s_2 , s_3 -mal jelöljük, akkor a Stewart-tételből folyólag (K. M. L. IX. évf. 948. feladat):

$$AB^2 \cdot A_1C + AC^2 \cdot A_1B = AA_1^2 \cdot BC + BC \cdot BA_1 \cdot A_1C.$$

Ha az oldalak hosszát rendre a , b , c -vel jelöljük és tekintetbe vesszük, hogy

$$A_1C = A_1B = \frac{BC}{2} = \frac{a}{2},$$

akkor

$$c^2 \cdot \frac{a}{2} + b^2 \cdot \frac{a}{2} = s_1^2 \cdot a + a \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2},$$

tehát

$$2b^2 + 2c^2 - a^2 = 4s_1^2$$

és épp így

$$(1) \quad 2c^2 + 2a^2 - b^2 = 4s_2^2$$

$$2a^2 + 2b^2 - c^2 = 4s_3^2$$

mely egyenletrendszerből kiszámíthatjuk a^2 , b^2 , c^2 értékeit és akkor

$$\begin{aligned} a &= \frac{2}{3} \sqrt{2s_2^2 + 2s_3^2 - s_1^2} \\ b &= \frac{2}{3} \sqrt{2s_3^2 + 2s_1^2 - s_2^2} \\ c &= \frac{2}{3} \sqrt{2s_1^2 + 2s_2^2 - s_3^2}. \end{aligned}$$

A mi adataink mellett

$$a = 13; \quad b = 14; \quad c = 15;$$

és mivel

$$\begin{aligned} \cos \frac{\alpha}{2} &= \sqrt{\frac{s(s-a)}{bc}} = \sqrt{\frac{4}{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \\ \cos \frac{\beta}{2} &= \sqrt{\frac{s(s-b)}{ca}} = \sqrt{\frac{49}{65}} = \frac{7}{\sqrt{65}} \\ \cos \frac{\gamma}{2} &= \sqrt{\frac{s(s-c)}{ab}} = \sqrt{\frac{9}{13}} = \frac{3}{\sqrt{13}} \end{aligned}$$

azért

$$\alpha = 53^\circ 7' 50''$$

$$\beta = 59^\circ 29' 26''$$

$$\gamma = 67^\circ 22' 44''.$$

(Dömény Imre, Budapest.)

A feladatot még megoldották: Ádámffy E., Bartók I., Dömény E., Eckhart F., Enyedi B., Glück J., Haar A., Heimlich P., Hirschfeld Gy., Jánosy Gy., Kertész G., Kiss J., Kürti I., Liehner A., Neidenbach E., Pám M., Pichler S., Pivnyik I., Popoviciu M., Rássy P., Riesz K., Rosenberg J., Schwarz Gy., Schuster Gy., Schwemmer I., Szűcs A.