

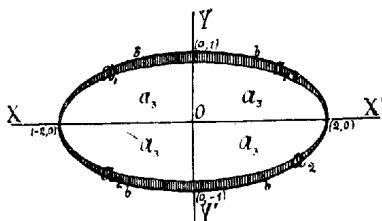
Az adott egyenlet discriminánsa:

$$(1) \quad -4y^2 - x^2 + 4 \geq 0$$

a szerint, a mint a gyökök valósak, egyenlők vagy képzetesek. (1) így is írható:

$$4y^2 + x^2 - 4 \leq 0.$$

A $4y^2 + x^2 - 4 = 0$ oly ellipsis egyenlete, melynek középpontja a coordinata-rendszer kezdőpontja, nagy tengelyének végpontjai: $(-2, 0)$ és $(2, 0)$, kis tengelyének végpontjai pedig $(0, 1)$ és $(0, -1)$.



Már most

(a) a gyökök valósak, ha

$$4y^2 + x^2 - 4 < 0,$$

vagyis ha az (x, y) pont az említett ellipsisen belül van.

(b) a gyökök egyenlők, ha

$$4y^2 + x^2 - 4 = 0;$$

ez esetben az (x, y) pontok mértani helye az ellipsis kerülete;

(c) a gyökök képzetesek, ha

$$4y^2 + x^2 - 4 > 0;$$

ekkor (x, y) bármely az ellipsisen kívül fekvő pontot jelenthet.

(a₁) Mindkét gyök pozitív, ha összegük: $y > 0$ és szorzatuk:

$$\frac{1}{4}(5y^2 + x^2 - 4) > 0;$$

(x, y) tehát minden oly pont lehet, mely az említett ellipsis és az $5y^2 + x^2 - 4 = 0$ egyenletű ellipsis közt, az xx' tengely felett van. Eme ellipsis nagy tengelyének végpontja: $(-2, 0)$ és $(2, 0)$; kis tengelyének végpontjai pedig: $\left(0, \sqrt{\frac{4}{5}}\right)$ és $\left(0, -\sqrt{\frac{4}{5}}\right)$.

(a₂) Épp így a két ellipsis közt, de az xx' tengely alatt vannak a pontok, ha mindkét gyök negatív.

(a₃) Végül, ha a gyökök ellenkező előjelűek, akkor szorzatuk, s így $5y^2 + x^2 - 4$ is < 0 , tehát (x, y) a kis ellipsisen belül lévő minden pontot jelenthet, mert ezek egyszersmind a nagy ellipsisen is belül lesznek.

(König Dénes, Budapest.)

A feladatot még megoldották: Bartók I., Dömény I., Enyedi B., Haar A., Kürti I., Pivnyik I., Riesz K., Riesz M., Szücs A.