

(1.) Minthogy a háromszög oldalai számtani haladványt alkotnak, azért:

$$a = b + d, \quad b = c + d$$

s így

$$a = c + 2d.$$

Ennélfogva

$$s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{3}{2}(c+d), \quad s-b = \frac{1}{2}(c+d).$$

Minthogy

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{s(s-a)}}, \quad \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2} = \sqrt{\frac{(s-a)(s-b)}{s(s-c)}},$$

azért

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \cdot \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2} = \frac{s-b}{s} = \frac{\frac{1}{2}(c+d)}{\frac{3}{2}(c+d)} = \frac{1}{3}.$$

(2.) Ismeretes, hogy

$$r = (s-a) \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = (s-c) \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2},$$

miből

$$s-c = \frac{r}{\operatorname{tg} \frac{\gamma}{2}}, \quad s-a = \frac{r}{\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}},$$

s így

$$a-c = 2 \cdot d = r \left(\frac{1}{\operatorname{tg} \frac{\gamma}{2}} - \frac{1}{\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}} \right) = r \frac{\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} - \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2}}$$

tehát

$$r = \frac{2d \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} - \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2}} = \frac{2d}{3 \left(\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} - \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2} \right)}.$$

A feladatot megoldották: Aczél F., Bartók I., Bayer B., Bogdán G., Demjén E., Hirschfeld Gy., Holzmann J., Klein A., König D., Lázár L., Messik G., Lukhaub Gy., Pilczér P., Póka Gy., Sasvári J., Scharff J., Schlesinger A., Spitzer V., Tóbiás L., Wohlstein S.