

Helyettesítsük az $\frac{E^2 - E^3}{i\sqrt{5}}$ kifejezésbe az E értékét; ekkor kapjuk :

$$\begin{aligned} & \frac{\left(\cos \frac{2\pi}{5} + i \sin \frac{2\pi}{5}\right)^2 - \left(\cos \frac{2\pi}{5} + i \sin \frac{2\pi}{5}\right)^3}{i\sqrt{5}} = \\ & \frac{\left(\cos \frac{4\pi}{5} + i \sin \frac{4\pi}{5}\right) - \left(\cos \frac{6\pi}{5} + i \sin \frac{6\pi}{5}\right)}{i\sqrt{5}} = \\ & \frac{-\cos \frac{\pi}{5} + i \sin \frac{\pi}{5} + \cos \frac{\pi}{5} + i \sin \frac{\pi}{5}}{i\sqrt{5}} = \frac{2i \sin \frac{\pi}{5}}{i\sqrt{5}}. \end{aligned}$$

Hogy e kifejezés csakugyan $\sin \alpha$, ha $\sin \alpha = \frac{1}{2 \sin \frac{\pi}{5}}$, könnyen igazolható. Ugyanis ez esetben kell hogy legyen:

$$\frac{4 \sin^2 \frac{\pi}{5}}{5} + \frac{1}{4 \sin^2 \frac{\pi}{5}} = 1.$$

Ha eme egyenlőségbe $\sin \frac{\pi}{5} = \frac{1}{4} \sqrt{10 - 2\sqrt{5}}$ értékét helyettesítjük, akkor ered:

$$\begin{aligned} & \frac{4}{5} \left[\frac{1}{16} (10 - 2\sqrt{5}) \right] + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{\frac{1}{16} (10 - 2\sqrt{5})} = 1 \\ & \frac{1}{20} (10 - 2\sqrt{5})^2 + 4 = 10 - 2\sqrt{5} \\ & \frac{1}{20} (100 - 40\sqrt{5} + 20) + 4 = 10 - 2\sqrt{5} \\ & 6 + 4 - 2\sqrt{5} = 10 - 2\sqrt{5}. \end{aligned}$$

(Weisz József, Budapest.)

A feladatot még megoldották: Bayer B., Czank K., Demeter J., Filkorn J., Kerekes T., Kiss A., König D., Krausz B., Krisztián Gy., Lukhaub Gy., Lupsa Gy., Póka Gy., Procházka J., Scharff J., Smolics K., Wohlstein S.