Ha

$$\log_b a = x,$$

akkor

$$b^x = a.$$

Eme egyenlet mindkét oldalának logarithmusát c alapra véve,

$$x \cdot \log_c b = \log_c a,$$

miből

$$x = \frac{\log_c a}{\log_c b}$$

vagyis

$$\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}.$$

Eme tételt feladatunkra alkalmazva, kapjuk:

1°.

$$\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}, \qquad \log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

s így

$$\log_b a \cdot \log_a b = \frac{\log_c a}{\log_c b} \cdot \frac{\log_c b}{\log_c a} = 1.$$

2°.

$$\log_a n = \frac{\log_c n}{\log_c a}, \qquad \log_{ma} n = \frac{\log_c n}{\log_c ma},$$

tehát

$$\frac{\log_a n}{\log_{ma} n} = \frac{\log_c ma}{\log_c a} = \frac{\log_c m + \log_c a}{\log_c a} = 1 + \frac{\log_c m}{\log_c a} = 1 + \log_a m.$$

(Tézner Ernő, Budapest.)

Megoldások száma: 46.