Legyenek az $ABCD$ négyszög oldalai a, b, c, d; a szemközt fekvő csúcsok A és C, illetőleg D és B; az egyik átló $DB = e$; továbbá $DAB\sphericalangle = \alpha$ és $BCD\sphericalangle = \gamma$. Az ADB háromszög kettős területe: $ab\sin\alpha$; a BCD háromszögé $cd\sin\gamma$; így tehát a négyszög kettős területe:

$$2t = ab\sin\alpha + cd\sin\gamma. \tag{1}$$

Az ADB és BCD háromszögekből:

$$e^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\alpha \text{ és } e^2 = c^2 + d^2 - 2cd\cos\gamma$$

s így

$$a^2 + b^2 - c^2 - d^2 = 2ab\cos\alpha - 2cd\cos\gamma \tag{2}$$

(1)-nek mindkét oldalát 2-vel megszorozva, az egyenletet négyzetre emelve s (2)-nek négyzetéhez hozzáadva, ered:

$$16t^2 + (a^2 + b^2 - c^2 - d^2)^2 = 4a^2b^2(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha) + 4c^2d^2(\sin^2\gamma + \cos^2\gamma) +$$

$$+ 8abcd(\sin\alpha\sin\gamma - \cos\alpha\cos\gamma),$$

miből

$$16t^2 + (a^2 + b^2 - c^2 - d^2)^2 = 4a^2b^2 + 4c^2d^2 - 8abcd\cos(\alpha + \gamma).$$

Eme egyenletben csakis $\cos(\alpha+\gamma)$ változik, a többi tagok állandók. Ennélfogva a négyszög területe t legnagyobb, ha $-\cos(\alpha+\gamma)$ a legnagyobb; $-\cos(\alpha+\gamma)$ pedig akkor legnagyobb, a mikor $\cos(\alpha+\gamma) = -1$, vagyis a mikor $\alpha+\gamma = 180^\circ$. A négyszög területe tehát akkor legnagyobb, amikor a szemközt fekvő szögek összege 180°, vagyis amikor a négyszög húrnégyszög.

(Scharff Jenő, Budapest.)

A feladatot még megoldották: Czukor K., Hein I., Lukhaub Gy., Lupsa Gy.