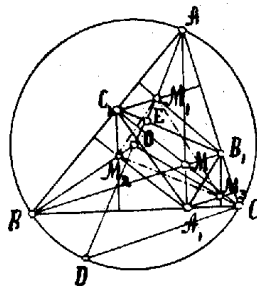


Legyenek az ABC , AB_1C_1 , BA_1C_1 és CA_1B_1 háromszögek magassági pontjai: M , M_1 , M_2 , és M_3 .



Minthogy $B_1M_1 \parallel C_1M$ és $C_1M_1 \parallel MB_1$ azért $MB_1M_1C_1$ négyszög egyenközény, tehát $C_1M_1 = MB_1$. Hasonlóképp $C_1M_2 = MA_1$, miből következik, hogy $C_1M_1M_2\triangle \cong MA_1B_1\triangle$. Ennélfogva M_1M_2 egyenlő és párhuzamos A_1B_1 -gyel. Épp így kimutathatjuk, hogy $M_2M_3 \parallel B_1C_1$ és $M_3M_1 \parallel A_1C_1$ s így

$$M_1M_2M_3\triangle \cong A_1B_1C_1\triangle.$$

Hogy a feladat második részét bebizonyíthassuk, csak annyit kell kimutatnunk, hogy az OA , OB és OC sugarak a talpponti háromszög oldalaira merőlegesek, mert akkor e sugarak az $M_1M_2M_3$ háromszög oldalaira is merőlegesek és eme háromszög M_1 , M_2 és M_3 csúcsain is keresztül mennek; miből következik, hogy e sugarak az $M_1M_2M_3$ háromszög magasságaival egybe esnek.

Rajzoljuk meg pl. az AOD átmérőt, mely a talpponti háromszög B_1C_1 oldalát E -ben metszi. Ekkor $\angle ADC = \angle ABC = \beta$, $\angle ACD = 90^\circ$, tehát $\angle EAB_1 = 90^\circ - \beta$; minthogy pedig (BC_1B_1C) húrnégyszög lévén $\angle AB_1C_1 = \beta$, azért OA valóban merőleges B_1C_1 -re s így M_2M_3 -ra is.

(Krisztián György, Pécs.)

A feladatot még megoldották: Bayer B., Czank K., Fekete N., Filkorn J., Grosz K., Kerekes T., Klein A., Krausz B., Kürth A., Lukhaub Gy., Lupsa Gy., Messik G., Messik V., Perl Gy., Perlesz D., Póka Gy., Reich Zs., Sasvári G., Smolics K., Wohlstein S.