

Jelöljük az $ABCD$ húrnégyszög AC és BD átlóinak metszési pontját E -vel. Ismeretes (K.M.L.V.96. lap), hogy

$$\overline{AD}^2 + \overline{AB}^2 = \frac{\overline{BD}^2}{2} + 2\overline{AE}^2$$

és

$$\overline{BC}^2 + \overline{CD}^2 = \frac{\overline{BD}^2}{2} + 2\overline{EC}^2$$

A két egyenletet összeadva:

$$\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 + \overline{CD}^2 + \overline{AD}^2 = \overline{BD}^2 + 2(\overline{AE}^2 + \overline{EC}^2)$$

$$AE \cdot EC = DE \cdot EB = \overline{EB}^2 = \frac{\overline{BD}^2}{4},$$

tehát

$$\overline{BD}^2 = 4AE \cdot EC$$

s így

$$\begin{aligned} \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 + \overline{CD}^2 + \overline{DA}^2 &= 2(\overline{AE}^2 + 2AE \cdot EC + \overline{EC}^2) = \\ &= 2(AE + EC)^2 = 2\overline{AC}^2. \end{aligned}$$

(Krausz Béla, Pécs.)

Megoldások száma: 49.