

(1°) Ismeretes, hogy (K.M.L.V. 60. lap)

$$AM = a \operatorname{ctg} \alpha, \quad BM = b \operatorname{ctg} \beta, \quad CM = c \operatorname{ctg} \alpha,$$

vagy miután

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R,$$

azért

$$AM = \frac{a}{\sin \alpha} \cos \alpha = 2R \cos \alpha$$
$$BM = 2R \cos \beta, \quad CM = 2R \cos \gamma.$$

Így tehát

$$AM + BM + CM = 2R(\cos \alpha + \cos \beta + \cos \gamma).$$

De (K.M.L.V. 53. lap)

$$\cos \alpha + \cos \beta + \cos \gamma = 1 + \frac{r}{R}$$

s így

$$AM + BM + CM = 2R \left(1 + \frac{r}{R} \right) = 2(R + r).$$

(2°) CB_1M háromszögből:

$$B_1M = MC \cos \alpha$$

s így

$$\frac{AM \cdot CM}{B_1M} = \frac{AM}{\cos \alpha} = \frac{2R \cos \alpha}{\cos \alpha} = 2R,$$

hasonlóképp

$$\frac{BM \cdot CM}{A_1M} = 2R, \quad \frac{AM \cdot BM}{C_1M} = 2R.$$

Minthogy pedig R állandó, ha az A csúcs a háromszög köré írható kör kerületén mozog, azért

$$\frac{AM \cdot CM}{B_1M} = \frac{BM \cdot CM}{A_1M} = \frac{AM \cdot BM}{C_1M} = \text{const.}$$

(Oltay Károly, Budapest.)

A feladatot még megoldották: Faith F., Filkorn J., Frank A., Freibauer E., Krausz B., Krisztián Gy., Lukhaub Gy., Lupsa Gy., Perl Gy., Sasvári G., Szabó J.