

Legyen a két háromszög közös szöge  $\alpha$ ; ekkor

$$\sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma > \sin \alpha + \sin \beta' + \sin \gamma',$$

ha

$$\sin \beta + \sin \gamma > \sin \beta' + \sin \gamma',$$

vagy

$$2 \sin \frac{\beta + \gamma}{2} \cos \frac{\beta - \gamma}{2} > 2 \sin \frac{\beta' + \gamma'}{2} \cos \frac{\beta' - \gamma'}{2},$$

azonban

$$\frac{\beta + \gamma}{2} = 90^\circ - \frac{\alpha}{2}, \quad \frac{\beta' + \gamma'}{2} = 90^\circ - \frac{\alpha}{2}$$

s így egyenlőtlenségünk így is írható:

$$\cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta - \gamma}{2} > \cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta' - \gamma'}{2}.$$

vagy

$$\cos \frac{\beta - \gamma}{2} > \cos \frac{\beta' - \gamma'}{2}.$$

De mivel  $\frac{\beta - \gamma}{2}$  hegyes szög, azért  $\cos \frac{\beta - \gamma}{2}$  annál nagyobb, minél kisebb  $\beta - \gamma$ , a két nem közös szög különbsége.

Tehát meghatározott  $\alpha$ -nál  $\sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma$  legnagyobb, ha  $\beta - \gamma$  legkisebb, vagyis ha  $\beta - \gamma = 0$ , tehát ha  $\beta = \gamma$ . Ugyanígy bármely megadott  $\beta$ -nál  $\sin \alpha + \sin \gamma$  legnagyobb, ha  $\alpha = \gamma$ ; bármely  $\gamma$ -nál  $\sin \alpha + \sin \beta$  legnagyobb, ha  $\alpha = \beta$ . Általában  $\sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma$  értéke legnagyobb, ha a háromszög egyenlő oldalú.

*Kármán Tivadar jutalmazott dolgozata.)*

*A feladatot megoldották:* Boros J., Breuer M., Freibauer E., Kárf J., Kornis Ö., Krausz B., Krisztián Gy., Lukhaub Gy., Miliczner L., Obláth R., Pálffy F., Pollák N., Porkoláb J., Rehberger Z., Róth D., Sasvári G., Spitzer Ö., Vida A., Weisz J.