1°. Az egyenlet gyökei valósak, ha

$$16-4(2\cos\alpha-1)\cdot 2\cdot(2\cos\alpha+1)>0,$$

vagy

$$3>4\cos^2\alpha,$$

miből

$$\frac{\sqrt{3}}{2}\leqq\cos\alpha\leqq\frac{\sqrt{3}}{2}. \tag{1}$$

Minthogy $\alpha<90^\circ$, azért $\cos\alpha>0$, s így az (1) alatti egyenlőtlenség így írható

$$0<\cos\alpha\leqq\frac{\sqrt{3}}{2}$$

vagy, minthogy

$$\frac{\sqrt{3}}{2}=\cos 30^\circ,$$

azért

$$0<\cos\alpha\leqq cos 30^\circ,$$

miből

$$90^\circ>\alpha\geqq 30^\circ.$$

2°. A gyökök szorzata

$$\frac{2(2\cos\alpha+1)}{2\cos\alpha-1},$$

akkor positív, ha a nevező positív, tehát ha

$$\cos\alpha>\frac{1}{2},$$

vagyis ha

$$\alpha<60^\circ,$$

ekkor a gyökök összege

$$\frac{4}{2\cos\alpha-1}$$

positív s így mindkét gyök positív.

Ha ellenben $\alpha>60^\circ$, a gyökök szorzata negatív, a gyökök tehát ellenkező előjelűek. Vagyis a két gyök positív, ha

$$30^\circ\leqq\alpha<60^\circ,$$

a két gyök ellenkező előjelű, ha

$$60^\circ<\alpha<90^\circ.$$

3°.

$$\frac{4\cos\alpha+2}{2\alpha-1}=2\cdot\frac{2\sin\alpha\cos\alpha+\sin\alpha}{2\sin\alpha\cos\alpha-\sin\alpha}=2\frac{\sin 2\alpha+\sin\alpha}{\sin 2\alpha-\sin\alpha}=$$
$$=\frac{4\sin\frac{3}{2}\cos\frac{1}{2}\alpha}{2\cos\frac{3}{2}\alpha\sin\frac{1}{2}\alpha}=2\cdot\mathrm{tg}\frac{3}{2}\alpha\cdot\mathrm{ctg}\frac{1}{2}\alpha.$$

(Weisz József.)

A feladatot még megoldották: Krausz B., Krausz J., Krisztián Gy., Lukhaub Gy., Spitzer Ö.