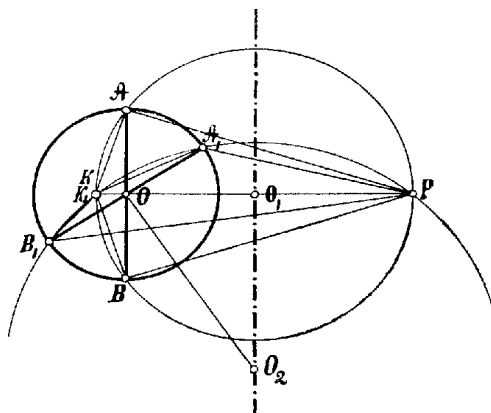


Kössük össze O -t P -vel és állítsunk OP -re O -ban merőlegest, mely a kört A és B pontokban metszi. Írjunk ABP háromszög köré kört, melynek középpontja O_1 és a mely OP meghosszabbítását K -ban metszi.



$AKBP$ húrnégyszög s így

$$(1) \quad KO \cdot OP = AO \cdot OB.$$

Most tegyük fel, hogy AB átmérő A_1B_1 helyzetbe jut. Az A_1B_1P háromszög köré írt körnek metszése az OP meghosszabbításával legyen K_1 . $A_1K_1B_1P$ húrnégyszög s így

$$(2) \quad K_1O \cdot OP = A_1O \cdot OB_1 = AO \cdot OB$$

(1) és (2) alapján

$$K_1O = KO,$$

ami azt mutatja, hogy K_1 összeesik K -val; vagyis K valamennyi körnek közös metszéspontja, KP pedig az összes körök közös húrja. Így tehát ezen körök középpontjainak mértani helye a PK egyenes O_1 középpontjában emelt merőleges.

(Krisztián György.)

Jegyzet.

$$\overline{O_2P}^2 - \overline{O_2O}^2 = \overline{O_2P}^2 - (\overline{O_2A_1}^2 - \overline{OA_1}^2),$$

de

$$O_2A_1 = O_2P$$

s így

$$\overline{O_2P}^2 - \overline{O_2O}^2 = \overline{OA_1}^2 = R^2.$$

Tehát O_2 pont mértani helye oly egyenes, mely OP -re merőleges (541. feladat, 1. pont). Minthogy pedig a P ponthoz s az O középpontú körhöz tartozó hatványvonal minden X pontjára nézve:

$$\overline{XO}^2 - \overline{XP}^2 = R^2,$$

azért a keresett mértani hely a hatványvonallal párhuzamos egyenes, mely a kör középpontjától oly távolságban van, mint a hatványvonal P -től.

A feladatot megoldották: Groffits G., Lukhaub Gy., Weisz Á.