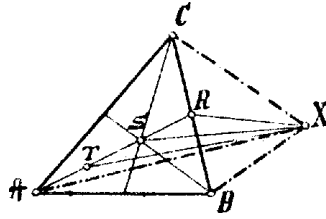


Rajzoljuk meg a háromszög középvonalait; jelöljük CB középpontját R -rel, AS -ét T -vel s kössük össze az R , S és T pontokat X ponttal.



Ismeretes (412. feladat, IV. 96. lap), hogy

$$(1) \quad \overline{CX}^2 + \overline{BX}^2 = 2\overline{RX}^2 + 2\overline{CR}^2$$

$$(2) \quad \overline{RX}^2 + \overline{TX}^2 = 2\overline{SX}^2 + 2\overline{SR}^2$$

$$(3) \quad \overline{SX}^2 + \overline{AX}^2 = 2\overline{TX}^2 + 2\overline{SR}^2$$

E három egyenletet összeadva:

$$(4) \quad \overline{AX}^2 + \overline{BX}^2 + \overline{CX}^2 = \overline{RX}^2 + 2\overline{CR}^2 + \overline{SX}^2 + \overline{TX}^2 + 4\overline{SR}^2.$$

De

$$2\overline{CR}^2 + 2\overline{SR}^2 = \overline{SB}^2 + \overline{SC}^2$$

és

$$\overline{RX}^2 + \overline{TX}^2 = 2\overline{SX}^2 + 2\overline{SR}^2$$

s így (4)-ből lesz:

$$\overline{AX}^2 + \overline{BX}^2 + \overline{CX}^2 = \overline{SB}^2 + \overline{SC}^2 + 3\overline{SX}^2 + 4\overline{SR}^2$$

s minthogy

$$4\overline{SR}^2 = \overline{AS}^2,$$

azért

$$\overline{AX}^2 + \overline{BX}^2 + \overline{CX}^2 = \overline{SA}^2 + \overline{SB}^2 + \overline{SC}^2 + 3\overline{SX}^2.$$

(Krisztián György, Pécs.)

A feladatot még megoldották: Bella I., Devecis M., Freibauer E., Goldziher K., Sasvári G., Spitzer Ö.