

¹ 1°. Ismeretes, hogy

$$r = \frac{2t}{a+b+c} = \frac{2t}{2s} = \frac{t}{s}; \quad r_1 = \frac{2t}{b+c-a} = \frac{2t}{2s_1} = \frac{t}{s_1};$$

ennélfogva

$$r^2 = \frac{t^2}{s^2} = \frac{ss_1s_2s_3}{s^2} = \frac{s_1s_2s_3}{s};$$

$$r_1^2 = \frac{t^2}{s_1^2} = \frac{ss_1s_2s_3}{s_1^2} = \frac{ss_2s_3}{s_1}, \text{ stb.}$$

2°.

$$\begin{aligned} r &= \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} = \frac{s-a}{t} + \frac{s-b}{t} + \frac{s-c}{t} = \\ &= \frac{3s-(a+b+c)}{t} = \frac{s}{t} = \frac{1}{r}. \end{aligned}$$

3°.

$$\begin{aligned} rr_1r_2r_3 &= \frac{t}{s} \cdot \frac{t}{s-a} \cdot \frac{t}{s-b} \cdot \frac{t}{s-c} = \\ &= \frac{t^4}{t^2} = ss_1s_2s_3. \end{aligned}$$

(Perl Gyula, Győr.)

Megoldások száma: 23.

¹A következő jelöléseket alkalmazzuk: $s = \frac{a+b+c}{2}$, $s_1 = s-a$, $s_2 = s-b$, $s_3 = s-c$. R a háromszög köré írható kör sugara, O a középpontja, r a háromszögbe írható kör sugara, O' e kör középpontja; r_1, r_2, r_3 a háromszög oldalait kívülről érintő körök sugarai; O_1, O_2, O_3 e körök középpontjai. $OO' = d$, $OO_1 = d_1$, $OO_2 = d_2$, $OO_3 = d_3$. A beírt kör K_1, K_2, K_3 pontokban érinti a háromszög oldalait; az r_1, r_2, r_3 sugarú körök $K'_1, K''_1, K'''_1, K'_2, K''_2, K'''_2, K'_3, K''_3, K'''_3$ pontokban érintik a háromszög oldalait.