

Ha a gömb középpontjának távolsága a gúla csúcsától x , úgy:

$$r : x = p : q,$$

miből

$$x = \frac{rq}{p}$$

s így a gúla magassága

$$m = r + x = r \frac{p+q}{p}.$$

Ha a gömb a gúla egy oldallapját a csúcstól y távolságban érinti, úgy

$$y^2 = x^2 - r^2 = \frac{r^2 q^2}{p^2} - r^2 = \frac{r^2}{p^2} (q^2 - p^2).$$

Másrészt pedig

$$y : r = m : a,$$

hol a a gúla alapélének fele; tehát:

$$a^2 = \frac{m^2 r^2}{y^2} = \frac{r^4 q^2 (p+q)^2}{p^2} \cdot \frac{p^2}{r^2 (q^2 - p^2)}$$

vagy

$$a^2 = \frac{r^2 (p+q)^2}{q^2 - p^2} = \frac{r^2 (p+q)}{q-p}$$

s így a gúla köbtartalma

$$K = \frac{4a^2 m}{3} = \frac{4}{3} \frac{r^3 (q+p)^2}{p(q-p)}.$$

(Roth Miksa.)

Megoldások száma: 41.