

$S_1S_2S_3$ illetve S_a, S_b, S_c oly körök középpontjai, melyekben az ABC háromszög oldalaihoz mint húrokhoz, 60° , illetve 120° -ú kerületi szögek tartoznak. Az $S_1S_2S_3$, illetve S_a, S_b, S_c körök tehát egy-egy P vagy P' pontban metszik egymást és az $APB, APC, BPC, AP'B, AP'C$ és $BP'C$ szögek értéke 120° vagy 60° . Az $S_1S_2S_3$ és az $S_aS_bS_c$ háromszögek oldalai, mint középpontvonalak e szögek szárait, mint közös húrokra merőlegesek, az általuk bezárt szögek értéke tehát 60° . Ennélfogva a két háromszög szabályos.

A tétel második részét az $S_1S_2S_3$ háromszögre bizonyítjuk be; az S_a, S_b, S_c háromszögre a bizonyítás ugyanaz.

Legyenek ABC háromszög oldalfelező pontjai $A'B'C'$, súlypontja S ; az egyenlő oldalú háromszögek csúcsai A, B, C -n kívül A_1, B_1, C_1 . A B_1AB és CAC_1 háromszögek egybevágók, mert $B_1A = CA, AB = AC_1, \angle B_1AB = \angle CAC_1 = A + 60^\circ$.

Ennélfogva $BB_1 = CC_1$, hasonlóképp $BB_1 = AA_1$; tehát $AA_1 = BB_1 = CC_1$.

Az $A'A$ és $A'A_1$ egyeneseket S és S_1 ugyanazon $(1 : 2)$ arányban osztják, tehát $SS_1 = \frac{AA_1}{3}$; épp így

$$SS_2 = \frac{BB_1}{3}, \quad SS_3 = \frac{CC_1}{3}$$

vagyis

$$SS_1 = SS_2 = SS_3$$

S az $S_1S_2S_3$ szabályos háromszög csúcsaitól egyenlő távolságra van és így e háromszög súlypontja.

(Riesz Frigyes.)

A feladatot még megoldotta: Kornis Ödön.