

$$(1) \quad \frac{\sqrt{y} + 5}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y} + 5} = \frac{50}{7}$$

$$(2) \quad x + 2\sqrt{xy} + y = 9.$$

Legyen $\sqrt{x} = u$ és $\sqrt{y} = v$; akkor (2)-ből lesz:

$$u^2 + 2uv + v^2 = 9,$$

miből

$$(3) \quad u + v = \pm 3.$$

Ha $u + v = 3$, úgy (1)-ből kapjuk:

$$\frac{v + 5}{3 - v} + \frac{3 - v}{v + 5} = \frac{50}{7},$$

Ezen egyenletet rendezve, nyerjük:

$$v^2 + 2v - 8 = 0.$$

miből

$$v_1 = 2, \quad v_2 = -4.$$

Ha pedig $u + v = -3$, úgy (1)-ből lesz:

$$\frac{v + 5}{3 + v} + \frac{3 + v}{v + 5} = -\frac{50}{7}$$

vagy

$$16v^2 + 128v + 247 = 0,$$

miből

$$v_3 = -\frac{13}{4}, \quad v_4 = -\frac{19}{4}.$$

u -nak megfelelő értékeit (3)-ból kapjuk:

$$u_1 = 1, \quad u_2 = 7, \quad u_3 = \frac{1}{4}, \quad u_4 = \frac{7}{4}.$$

A megadott egyenlet gyökei tehát:

$$x_1 = 1, \quad y_1 = 4, \quad x_2 = 49, \quad y_2 = 16, \quad x_3 = \frac{1}{16}, \quad y_3 = \frac{169}{16}, \quad x_4 = \frac{49}{16}, \quad y_4 = \frac{361}{16}.$$

(Kármán Tódor.)

A feladatot még megoldották: Beck F., Bojedain F., Dénes A., Détshy K., Devecis M., Dolowschiák M., Fekete J., Freibauer E., Goldziher K., Kertész L., Kürth A., Laczkó E., Lukhaub Gy., Makk I., Petrogalli G., Porkoláb J., Probst E., Schiffer H., Schwartz E., Spitzer Ö., Spitzer S., Szabó I., Szabó K., Tüske J., Weisz Á., Weisz J.