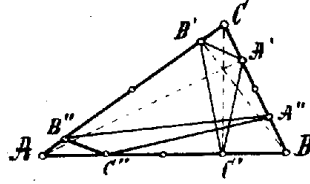


Ismeretes, hogy az $A'B'C'$ talpponti háromszögben (lásd: K. M. L. IV. 45. lap.)

$$A'B' = c' = c \cos \gamma$$

vagy

$$(1) \quad c'^2 = c^2 \cos^2 \gamma$$



$A''B''C$ háromszögből:

$$\overline{A''B''}^2 = c''^2 = \overline{A''C}^2 + \overline{B''C}^2 - 2\overline{A''C} \cdot \overline{B''C} \cos \gamma.$$

De minthogy

$$A''C = A'B = c \cos \beta$$

és

$$B''C = B'A = c \cos \alpha,$$

azért

$$(2) \quad c''^2 = c^2 (\cos^2 \beta + \cos^2 \alpha - 2 \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma)$$

(1) és (2) alapján

$$\frac{5c'^2 - c''^2}{c^2} = 5 \cos^2 \gamma - \cos^2 \beta - \cos^2 \alpha + 2 \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma.$$

Épp így kapjuk, hogy

$$\frac{5b'^2 - b''^2}{b^2} = 5 \cos^2 \beta - \cos^2 \alpha - \cos^2 \gamma + 2 \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma.$$

és

$$\frac{5a'^2 - a''^2}{a^2} = 5 \cos^2 \alpha - \cos^2 \gamma - \cos^2 \beta + 2 \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma.$$

az utóbbi három egyenletet összeadva, nyerjük:

$$\begin{aligned} & \frac{5c'^2 - c''^2}{c^2} + \frac{5b'^2 - b''^2}{b^2} + \frac{5a'^2 - a''^2}{a^2} = \\ & = 3(\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma) + 6 \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma. \end{aligned}$$

De a 371. feladat értelmében

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1 - 2 \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma$$

s így

$$\frac{5c'^2 - c''^2}{c^2} + \frac{5b'^2 - b''^2}{b^2} + \frac{5a'^2 - a''^2}{a^2} = 3.$$

(Friedmann Bernát.)

A feladatot még megoldotta: Szabó Károly.