

Legyen az elmetszett gömbszelet magassága  $x$ . A feladat értelmében a gömbszelet térfogata fele a félgömb térfogatának, vagyis

$$(1) \quad \frac{\pi x^2}{3}(3r - x) = \frac{\pi}{3}r^3.$$

Ha az egyenletet rendezzük s tekintetbe vesszük, hogy  $r = 1$ , úgy

$$(2) \quad x^3 - 3x^2 + 1 = 0.$$

Tegyük, hogy  $x = y + 1$ , úgy (2)-ből a következő egyenletet nyerjük:

$$(3) \quad y^3 - 3y - 1 = 0.$$

Minthogy jelen esetben <sup>1</sup>

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{3}{3}\right)^3 = -\frac{3}{4} < 0,$$

tehát az egyenlet gyökei valósak és a következő értékűek:

$$y_1 = 2 \cos \frac{\alpha}{3} = 2 \cos 20^\circ$$

$$y_2 = 2 \cos 140^\circ = -2 \cos 40^\circ$$

$$y_3 = 2 \cos 260^\circ = -2 \cos 80^\circ.$$

Ámde szükséges, hogy  $1 < x < 1$  legyen s ezért a feladatnak csak az  $y_3 = 2 \cos 80^\circ = -0,3473$  érték felel meg, a mikor:

$$x = y + 1 = 0,6527.$$

Az elmetszett gömbszelet magassága tehát 0,6527, a gömbkorongé 0,3473.

(Friedmann Bernát.)

*A feladatot még megoldották:* Devecis Mihály és Szabó István.

---

<sup>1</sup> A harmadfokú egyenletek elméletéből ismeretes, hogy ha

$$x^3 + ax + b = 0$$

és

$$\left(\frac{b}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{3}\right)^3 \leq 0,$$

úgy az egyenlet gyökei:

$$x_1 = 2\sqrt{-\frac{a}{3}} \cos \alpha, \quad x_2 = 2\sqrt{-\frac{a}{3}} \cos \left(\frac{\alpha}{3} + 120^\circ\right),$$

$$x_3 = 2\sqrt{-\frac{a}{3}} \cos \left(\frac{\alpha}{3} + 240^\circ\right),$$

hol

$$\cos \alpha = \frac{-\frac{b}{2}}{\left(\sqrt{-\frac{a}{3}}\right)^3}.$$