

Legyen S a háromszög tömegközéppontja, az a oldalhoz tartozó középvonal $AA_1 = K_1$, $DSA_1 \angle = \varepsilon$; BDC háromszögből (l. K. M. L. 204. feladat)

$$(1) \quad \overline{DA_1}^2 = \frac{2q^2 + 2r^2 - a^2}{4}$$

DSA háromszögből:

$$(2) \quad p^2 = \overline{DS}^2 + \frac{4K_1^2}{9} + \frac{4DS \cdot K_1}{3} \cos \varepsilon$$

DSA_1 háromszögből:

$$(3) \quad 2\overline{DA_1}^2 = 2\overline{DS}^2 + \frac{2K_1^2}{9} + \frac{4DS \cdot K_1}{3} \cos \varepsilon$$

(2)-t és (3)-at összeadva:

$$(4) \quad p^2 + 2\overline{DA_1}^2 = 3\overline{DS}^2 + \frac{2}{3}K_1^2.$$

Tegyük (4)-be (1)-ből $\overline{DA_1}^2$ értékét és K_1^2 helyébe a vele egyenlő $\frac{2b^2 + 2c^2 - a^2}{4}$ értéket, úgy nyerjük, hogy

$$9\overline{DS}^2 = 3(p^2 + q^2 + r^2) - (a^2 + b^2 + c^2).$$

(Kornis Ödön, Pécs.)

Jegyzet. Ezen egyenletből láthatjuk, hogy p , q , r távolságok négyzeteinek összege akkor legkisebb, ha $DS = 0$, tehát ha:

$$p^2 + q^2 + r^2 = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{3}.$$

Ekkor D a háromszög tömegközéppontja. Találtunk tehát egy olyan pontot – a tömegközéppontot – melyre nézve a csúcsoktól való távolságok négyzeteinek összege minimum.

Látjuk továbbá még azt is, hogy ha a tömegközéppont köré kört írunk, úgy a kör területének minden egyes pontjára nézve a háromszög csúcsaitól való távolságok négyzeteinek összege állandó.

A feladatot még megoldották. Dénes A., Eislitz Gy., Friedmann B., Goldstein Zs., Grünhut B., Hofbauer E., Kántor N., Klein M., Mihákovics E., Prakatur T., Riesz F., Schiffer H., Spitzer Ö., Szabó I., Szabó K., Weisz L.