

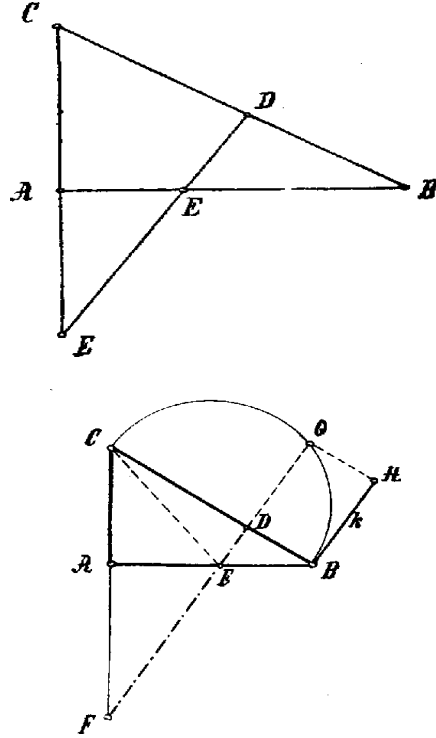
1°. DEB és DFC derékszögű háromszögek hasonlóak, mert F és B szögek egyenlők; tehát

$$DB : DF = DE : DC$$

miből

$$DB \times DC = DE \times DF.$$

2°. BC fölé félkört írunk, melyhez a $BH = k$ érintőt vonjuk. A H ponton keresztül BC -vel párhuzamosan vont egyenes a félkör G pontban metszi.



Ha G ponton keresztül BH -val párhuzamost rajzolunk, nyerjük a kívánt DEF merőleget.

Bizonyítás. $DG = BH = k$. Ámde DG mértani középarányos DB és DC között, azaz $DB \times DC = k^2$. De a feladat első pontja szerint $DB \times DC = DE \times DF$, s így $DE \times DF = k^2$. A szerkesztés csak akkor lehetséges, ha $k \leq \frac{BC}{2}$; az első esetben két, a másodikban egy megoldást kapunk.

3°. Hogy DEB és AEF háromszögek, -melyek mindig hasonló- egybevágók legyenek, szükséges, hogy egy-egy megfelelő oldaluk egyenlő legyen; pl. $DE = AE$; de ekkor CAE és CDE háromszögek egybevágók s így $AC = DC$. A keresett D pontot tehát úgy kapjuk meg, ha CA -t C pontból CB -re mérjük.

Ezen esetben DEB háromszög területe:

$$t = \frac{1}{2} DE \times DB,$$

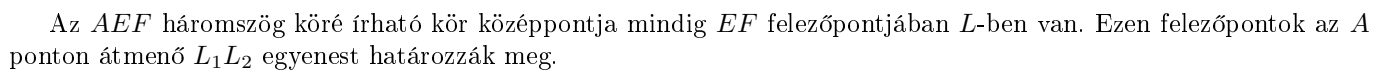
az ABC háromszög területe.

$$F = \frac{1}{2} (BC \times DE + AC \times AE) = \frac{1}{2} DE (BC + AC)$$

Tehát a DEB és ABC háromszögek területeinek aránya:

$$\frac{t}{T} = \frac{BD}{BC + AC} = \frac{BC - CD}{BC + AC} = \frac{BC - AC}{BC + AC}.$$

4°. A DEB háromszög köré írható kör középpontja a BE átfogó középpontjában, K -ban van. Ha tehát D pont B -től C -ig mozog, úgy K pont B -től K_1 -ig mozog; K_1 a BE_1 egyenes középpontja. Tehát a DEB háromszög köré írható körök középpontjainak mértani helye BK_1 .



A $DEAC$ húrnégyszög köré írható kör középpontja az EC átló felezőpontja N . Ha D pont B -től C -ig mozog, akkor E pont B -ből E_1 -be jut s így CE -nek két határhelyezete CB és CE_1 . A négyszög köré rajzolható körök középpontjainak mértani helye az AB -vel párhuzamos L_1N_1 egyenes.

(Friedmann Bernát, főgymn. VIII.o. t., S.A.-Ujhely.)

A feladatot még megoldották: Grünhut Béla, Kántor Nándor, Reif Jenő, Szabó István, Weisz Lipót.