

A húr helyzetét ismerjük, ha ismerjük az M pont koordinátáit. Legyenek ezek x_1 és y_1 . A meghatározásukra szolgáló egyenletek

$$b^2 x_1^2 + a^2 y_1^2 = a^2 b^2$$

$$x_1^2 + (b - y_1)^2 = h^2$$

$$h - (b - y_1) = l.$$

ha a húr a kis tengely egyik végpontjából húzzuk.

Az egyenletek még a következő alakra hozhatók

$$(1) \quad b^2 x_1^2 + a^2 y_1^2 - a^2 b^2 = 0$$

$$(2) \quad x_1^2 + y_1^2 - 2by_1 + b^2 - h^2 = 0$$

$$(3) \quad h - (b - y_1) = l$$

Az elsőből

$$x_1^2 = \frac{a^2 b^2 - a^2 y_1^2}{b^2}$$

melyet a másodikba helyettesítve, az a következő alakot nyeri

$$(4) \quad (a^2 - b^2)y_1^2 + 2b^3 y_1 - b^2(a^2 + b^2 - h^2) = 0$$

de a harmadik egyenletből

$$h^2 = l^2 + 2lb + b^2 - 2(l + b)y_1 + y_1^2$$

mely értéknek a 4)-be való helyettesítése után ez a következő lesz:

$$(5) \quad a^2 y_1^2 - 2b^2 l y_1 - b^2(a^2 - 2bl - l^2) = 0$$

Hogy a feladat lehetőségét megállapítsuk, meg kell jegyeznünk, hogy y_1 értékeinek valósaknak és a $+b$ és $-b$ közé esőeknek kell lenniök.

A valóság feltétele:

$$4b^2[(b^2 - a^2)l^2 - 2a^2 bl + a^4] \geq 0$$

miből

$$(6) \quad 1 \leq \frac{a^2}{a + b}$$

Minthogy b és $(-b)$ -nek helyettesítése az 5) alatti egyenlet baloldalába eredményül a pozitív

$$b^2 l^2 \quad \text{és} \quad 4b^3 l + b^2 l^2$$

értékeket szolgáltatja, az egyenlet gyökei akkor foglaltatnak $+b$ és $(-b)$ között, ha félösszegük ugyanezen intervallumba esik,

vagyis ha

$$-b < \frac{b^2 l}{a} < b$$

azaz, ha

$$-\frac{a^2}{b} < l < \frac{a^2}{b}$$

De a 6) alatti egyenlőtlenség esetére ez utóbbi is ki van elégítve, vagyis a 6) fejezi ki a feladat lehetőségének szükséges és elegendő feltételét.

Meitner Elemér, főrr. VIII. o. t. Budapest.